ఉపాధ్యాయ కరదీపిక

అభ్యసనా ఫలితాలు - బోధనాభ్యసన వ్యూహాలు

గణితం

6 నుండి 10 తరగతులు

(ఉన్నత స్థాయి)

2018-19

SCERT TELANGANA

సమగ్రశిక్షా
తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ,
తెలంగాణ, హైదరాబాద్.

SCERT TELANGANA

ఈ మాడ్యూల్ రూపకల్పనలో పాల్గొన్నవారు

1. **శ్రీ కె. రాజేందర్ రెడ్డి,** SA గణితం, UPS చిమిర్యాల, నారాయణపూర్ మండలం, యాదాద్రి జిల్లా.
2. **శ్రీ కె. శ్రీధరచార్యులు,** SA గణితం, ZPHS నార్సింగి, నార్సింగి మండలం, మెదక్ జి.
3. **శ్రీ కె. రామయ్య,** SA గణితం, ZPHS తాటికొండ, స్టేషన్ ఘణపురం మండలం, జనగామ జిల్లా.
4. **శ్రీ బి. రమేశ్,** SA గణితం, ZPHS వెంకటాపురం (క), ఐనవోలు మండలం, వరంగల్ (అర్బన్) జిల్లా.
5. **శ్రీ యస్. ధర్మేందర్‌సింగ్,** SA గణితం, ZPHS మన్నూర్, ఆదిలాబాద్ జిల్లా.
6. **శ్రీ పి.డి.ఎల్. గణపతి శర్మ,** SA గణితం, GHS మడ్‌ఫోర్ట్, తిరుమలగిరి మండలం, హైదరాబాద్ జిల్లా.
7. **శ్రీ పి. సురేశ్,** SA గణితం, GHS విజయనగర్ కాలని, ఆసిఫ్‌నగర్ మండలం, హైదరాబాద్ జిల్లా.
8. **శ్రీ టి. లక్ష్మణ్,** SA గణితం, ZPHS (Boys) షాబాద్, షాబాద్ మండలం, రంగారెడ్డి జిల్లా.
9. **శ్రీ యం. గోవింద్,** SA గణితం, ZPHS ఆలూర్, చేవెళ్ళ మండలం, రంగారెడ్డి జిల్లా.
10. **శ్రీ ఇ. హన్మంతరావు,** SA గణితం, ZPHS ఆందాపూర్, నిజామాబాద్ జిల్లా.
11. **శ్రీ ఆర్.ఎల్.ఎన్. మూర్తి,** SA గణితం, ZPHS తూప్రాన్‌పేట, చౌటుప్పల్ మండలం, యాదాద్రి జిల్లా.
12. **శ్రీ కె.ఎన్. కృష్ణకుమార్,** ప్రిన్సిపల్, TSMS మర్పల్లి, వికారాబాద్ జిల్లా.
13. **శ్రీ శివరామకృష్ణ,** PGT గణితం, TSMS లక్కారం, యాదాద్రి జిల్లా.
14. **శ్రీ అనంతరెడ్డి,** Rtd. HM, మేడ్చల్ జిల్లా.
15. **శ్రీ రంగాచారి,** Rtd. lecturer, వరంగల్ జిల్లా.
16. **శ్రీ రాంబాబు,** Rtd. lecturer, CTE వరంగల్ జిల్లా.
17. **శ్రీమతి శారద,** SCERT, హైదరాబాద్.
18. **శ్రీ రామాంజనేయులు,** (లెక్చరర్ డైట్), SCERT హైదరాబాద్.
19. **శ్రీమతి డా॥ ఎ. వెంకటలక్ష్మి,** Asst. Prof. Dept. of Mathematics, O.U., హైదరాబాద్.

ఎడిటింగ్ & సమన్వయం

డా. ఎస్.సురేష్ బాబు

విశ్రాంతాచార్యులు

ఎస్.సి.ఇ.ఆర్.టి., తెలంగాణ, హైద్రాబాదు.

సలహాదారు

శ్రీమతి బి.శేషుకుమారి

సంచాలకులు

రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ, తెలంగాణ, హైద్రాబాదు.

ప్రధాన సలహాదారు

డా.టి. విజయకుమార్ ఐ.ఎ.ఎస్,

సంచాలకులు

పాఠశాల విద్యాశాఖ, తెలంగాణ, హైద్రాబాదు.

కవర్ పేజి డిజైనింగ్

శ్రీ కె.సుధాకరచారి SGT, MPPS మైలారం, రాయపర్తి మండలం, వరంగల్ జిల్లా.

SCERT TELANGANA

ముందుమాట

రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక-2011 సూచనల మేరకు స్థానిక పరిస్థితులను, అవసరాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని నూతన పాఠ్యపుస్తకాలను తయారుచేసుకున్నాం. అవి బోధనలో నూతన విప్లవానికి నాంది పలికాయి. ఉపాధ్యాయ కేంద్రీకృతంగా సాగిన బోధన విద్యార్థి కేంద్రీకృతంగా మారింది. ఉపాధ్యాయుని బోధన - విద్యార్థి అభ్యసనంగా పరిణమించింది.

ఈ మధ్యకాలంలో NCERT 3, 5, 8, 10 తరగతుల విద్యార్థులకు NAS పరీక్ష నిర్వహించారు. వాటిలో ప్రధానంగా వివిధ అంశాల ఆధారంగా అభ్యసన ఫలితాలు, నైపుణ్యాలు... మొదలైన అంశాలను పరీక్షించారు. వాటి ఫలితాలు మనందరికీ తెలిసినవే. మరింత ఉత్తమమైన ఫలితాలు సాధించడానికి లోతైన అవగాహన, శిక్షణ అవసరమున్నది. అందుకోసం ఈ వేదిక ఉపయోగపడుతుంది. అంతేగాక తరగతుల వారీగా సాధించాల్సిన అభ్యసన ఫలితాల (Learning Outcomes) ను NCERT ప్రతి రాష్ట్రానికి చేరవేసింది. వాటి మీద ముఖ్యంగా ఈ శిక్షణా కార్యక్రమంలో దృష్టిసారించాల్సి ఉంది.

ఈ మార్పులకు అనుగుణంగా ఉపాధ్యాయులు సంసిద్ధులు కావలసిఉన్నది. తమ వ్యూహాలను మార్చుకోవలసి ఉన్నది. అందుకవసరమైన విషయసేకరణకు, భావనలు, గణితాంశాల విస్తృత అవగాహనా, నైపుణ్యసాధనకు ఒక వేదిక కావలసి ఉన్నది. దానికోసం ఏర్పాటు చేయబడిందే ఈ శిక్షణా కార్యక్రమం.

ఐదు రోజుల శిక్షణాకార్యక్రమంలో రోజువారీగా కాలాంశం వారీగా నిర్వహించే అంశాల విషయ వివరణ, వ్యూహము ఈ శిక్షణా మార్గదర్శిలో పొందుపరచడం జరిగింది. ఇవి అనంతరస్థాయిలో శిక్షణనివ్వడంలో తోడ్పడడమే కాకుండా, తరగతి గదిలో అమలుపరచడానికి కూడా ఉపయుక్తంగా ఉంటుందని ఆశిస్తున్నాం.

సంచాలకులు

రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణా సంస్థ
తెలంగాణ, హైదరాబాదు.

SCERT TELANGANA

విషయ సూచిక

SCERT TELANGANA

గణితం

SCERT TELANGANA

1. శిక్షణా కార్యక్రమం - పరిచయం - లక్ష్యాలు

- గణిత పాఠ్యపుస్తకంలో ఇవ్వబడిన సమస్యలను విద్యార్థులు సాధిస్తే వారు గణితాన్ని నేర్చుకున్నట్లే.
- పరీక్షలలో విద్యార్థులు అత్యధిక మార్కులు సాధిస్తే గణితంలో రాణించినట్లే.
- ఇందుకోసం పాఠ్యపుస్తకంలో ఇవ్వబడిన సమస్యలను విద్యార్థులచే సాధింపజేస్తే సరిపోతోంది. కాబట్టి, పాఠ్యపుస్తకంపై మాత్రమే ఉపాధ్యాయులు దృష్టిపెడితే చాలు.

పై వాక్యాలను బలంగా నమ్మిన మనం, గణిత బోధనను విద్యార్థులకు గణిత సమస్యలను సాధించే ప్రక్రియగా మార్చి. విద్యార్థులకు గణిత జ్ఞానాన్ని, వైయుక్తిక బోధనాభ్యసన అనుభవాలను కల్పించటంలో విఫలమౌతున్నాము. యాంత్రిక బోధనా పద్ధతుల వలన గణితం పట్ల ఆసక్తి చూపని విద్యార్థులను, గణితం అంటే భయంతో ఉన్న వారిని సరైన పద్ధతిలో గణిత అభ్యసనలో పాల్గొనజేయలేక ఆదిశ నుండి వారిని మరల్చేబదులు, కేవలం పరీక్షలలో ఉత్తీర్ణులు కావటానికి మాత్రమే సంసిద్ధులను చేస్తున్నాము. దీంతో ఆ విద్యార్థులు శాశ్వతంగా గణితాభ్యసనానికి దూరం కావటానికి కారణమౌతున్నాము. వాస్తవంగా ఈ పిల్లలు గణితంలో వారు నేర్చుకోడానికి కావల్సిన కనీస భావనలు లేక నిర్దేశించిన భావనలను అవగాహన పొందలేక వెనకబడడం జరుగుతుంది. వాటిని అర్థం చేయించడంలో మనం కృతకృత్యులం కాలేకపోవడం మన తరగతి గదుల్లో నిత్యం జరుగుతున్న ప్రక్రియ. సమయం చాలడం లేదు, చెప్పాల్సిన విషయాలు చాలా ఉన్నాయి. సరైన సమయంలో సిలబస్ పూర్తి చేయాలి అనే కోణంలో అందరు పిల్లలకి ఒకే విధంగా బోధించడం, బోధనలో అభ్యసన ఫలితాలు దృష్టిలో పెట్టుకోకపోవడం, పిల్లలు ఏ అభ్యసన ఫలితాల్లో వెనుకబడ్డారు. అందుకుతగ్గ కారణాలు విశ్లేషించుకోకపోవడం మన బోధనలో నిత్యం మనం చూస్తున్నదే. చివరికి 6 నుండి 9 తరగతుల ఫలితాలు పక్కన బెట్టి 10వ తరగతి ఫలితాలు సంతృప్తిగా ఉంటే మనం ఆశించిన లక్ష్యాలకు చేరినట్టే అని భావించడం జరుగుతుంది. 10వ తరగతి ఫలితాలు సంతృప్తికరంగా ఉన్నప్పటికి NAS ఫలితాల్లో ఆశించిన ప్రగతి పిల్లల్లో కనబడలేదు. వీటికి కారణాలు అన్వేశించి మన బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు సమగ్రంగా నిర్వహించాల్సిన అవసరం ఉంది.

వాస్తవంగా మన తరగతి గదుల్లో జరుగుతున్న బోధన SCF-2011లో పేర్కొనబడ్డ మౌలిక సూత్రాలను అమలు పరచడంలో ఏ మేరకు సఫలీకృతం అవుతున్నామో కూడా మనం ఆలోచించాల్సిన అవసరం ఉంది. ఈ సందర్భంలో SCF-2011చే నిర్దేశించబడిన మౌలిక సూత్రాలు మరొకసారి అవలోకనం చేసుకుందాం.

SCF-2011 మౌలిక సూత్రాలు

1) పిల్లలు తమకున్న సహజమైన శక్తి సామర్థ్యాల ఆధారంగా నేర్చుకునేలా ప్రధానంగా దృష్టి పెట్టడం.
2) పిల్లల భాష మరియు సమాజంలోని వివిధ రకాలైన జ్ఞాన వ్యవస్థలను గౌరవించడం.
3) జ్ఞానాన్ని బడి బయటి జీవితంతో అనుసంధానం చేయడం.

SCERT TELANGANA

4) బట్టీ విధానాలకు స్వస్తి పలకడం.

5) నేర్చుకోవడాన్ని పాఠ్యపుస్తకాలకు పరిమితం చేయకుండా, పిల్లల సమగ్ర అభివృద్ధి కోసం తగిన అవకాశం కల్పించడం.

6) నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం అమలు చేయడం ద్వారా పరీక్షలను సరళీకరించడం.

7) పాఠ్యప్రణాళికలోని విభిన్న అంశాలను సమ్మిళితం చేస్తూ, అర్థవంతంగా నేర్చుకోడానికి వీలుగా, నిర్మాణాత్మక విధానాల ఆధారంగా బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు నిర్వహించడం.

8) పిల్లల సంస్కృతి, అనుభవాలు, స్థానిక అంశాలకు తరగతి గదిలో ప్రాధాన్యత కల్పించడం.

ఈ మౌలిక సూత్రాలను మనంలోతుగా అవగాహన చేసుకోవాలి. అప్పుడే మన బోధన ఎలా ఉండాలి, అభ్యసన ప్రక్రియలు ఎలా కల్పించాలి? పాఠ్యపుస్తకాలు ఎలా వినియోగించాలి? ఈ సూత్రాలకనుగుణంగా, విద్యార్థులు తమ శక్తి సామర్థ్యాల మేర నేర్చుకునేందుకు తగిన బోధనా వ్యూహాలను కలిగి ఉన్నామా? గణితాన్ని ఇతర విషయాలతోనూ, బడిబయటి జీవితంతోనూ అనుసంధానిస్తున్నామా? అర్థవంతమైన జ్ఞాన నిర్మాణానికి బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహిస్తున్నామా? అభ్యసన ఫలితాలు సాధించబడుతున్నాయా? ఏ పిల్లలు వెనకపడుతున్నారు? వారికి ఎలాంటి సహాయం అవసరం? వంటి ప్రశ్నలు తలెత్తుతాయి. ఈ ప్రశ్నలకు సానుకూల దృక్పథంతో సమాధానాలు ఆలోచించాలి, గుర్తించాలి. ఈ ఆలోచన విధానాలతో బోధనకు సిద్ధమై, లోపాలను సవరించుకొని వినూత్నమైన, ఉన్నతమైన వ్యూహాలను రూపొందించుకొని, అమలుపర్చడం ద్వారా నిజమైన గణితాభ్యసనానికి దోహదపడాలి. పిల్లలందరు నిర్దేశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించాలనే ఉద్దేశ్యంతో మనం రూపొందించుకొనే వినూత్నమైన బోధనా వ్యూహాలు, వాటిని విజయవంతంగా అమలు చేయడంతోనే మెరుగైన గణిత అభ్యసనం సాధ్యమవుతుంది. ఇందుకు మనము ఒక ప్రత్యేక శిక్షణా కార్యక్రమాన్ని ఏర్పరుచుకున్నాము. ఈ శిక్షనా కార్యక్రమం ద్వారా కింది లక్ష్యాలు సాదిద్దాం!

కార్యక్రమ లక్ష్యాలు

- 6 నుండి 10 తరగతులలో నిర్దిష్ట తరగతికి సంబంధించిన అభ్యసన ఫలితాలపై అవగాహన పొందుట.
- మన రాష్ట్రంలో నిర్వహించిన నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే (8, 10 తరగతుల గణిత) ఫలితాల స్థితిపై సమగ్ర విశ్లేషణ.
- గణితంలో విద్యార్థులు ఏ ఏ అభ్యసన ఫలితాల సాధనలో వెనుకబడి ఉన్నారో గుర్తించగల్గుట. వాటికి గల కారణాలను తెలుసుకొనుట.
- ఒక తరగతికి నిర్దేశించబడిన అభ్యసన ఫలితాల సాధనకు తరగతి గదిలో అనుసరించవలసిన బోధనా వ్యూహాలపై అవగాహన.
- వివిధ రంగాలకు చెందిన గణితాంశాల భావనలపై విస్తృత అవగాహన పొందుట.

*****

SCERT TELANGANA

2. అభ్యసన ఫలితాలు - అవగాహన

"అనిశ్చిత విషయాలను బహిర్గత పరచి నిశ్చితవిషయంగా అందించేదే గణితం. మానవుడి పరిశోధన ఫలితాలన్నీ గణితాధారాలే అదే విధంగా ప్రతి నిముషం మానవజీవితంతో ముడిపడి క్రమబద్ధమయిన తార్కిక, విచక్షణలతో మేధస్సును అభివృద్ధి పరుస్తూ మూర్తం నుండి అమూర్తం వైపుకు తీసుకు వెళ్లుచూ అమూర్తత్వాన్ని మూర్తభావనగా మార్చగలిగేది గణితం". అందుకే ఇంతటి ముఖ్యమైన విషయాన్ని పాఠశాల స్థాయిలో పిల్లలందరూ అభ్యసిస్తారు. ఈ గణిత అభ్యసనం ద్వారా పిల్లల్లో ఏమి సాధించబడాలో ఈ అధ్యాయంలో చర్చిద్దాం!

ఆలోచించండి

- పిల్లలలో గణితపరంగా నేర్చుకోవలసిన అంశాలు, అభివృద్ధి పరచవలసిన సామర్థ్యాలు ఏవి?
- విద్యాప్రమాణాలు అంటే ఏమిటి?
- గణిత అభ్యసనలో విద్యాప్రమాణాలు తగ్గిపోతున్నాయి అనే భావన తరచుగా చర్చలలో వినిపిస్తుంది, ఎందుకు?
- అభ్యసన ఫలితాలు ఎందుకు?
- విద్యాప్రమాణాలు, అభ్యసన ఫలితాల ఆవశ్యకత ఏమి?
- విద్యా ప్రమాణాలు, అభ్యసన ఫలితాలు ఒకటేనా? ఎందుకు?

విద్య నేర్చుకొనే ప్రక్రియలో పిల్లలు తరగతి గదిలోనే కాకుండ వారికి నిజజీవితంలో ఎదురయ్యే ప్రతి సందర్భంలో నేర్చుకుంటూ ఉంటారు. వారు నేర్చుకొనే క్రమంలో వారి సహజ నైపుణ్యాలు (Innate abilties) వారికి దోహదపడతాయి. ప్రతి పిల్లవాడికి వ్యక్తిగతంగా సహజ సామర్థ్యాలు ఉంటాయి. కాని విద్యా ఆ సహజ సామర్థ్యాలను నైపుణ్యాలుగా పరివర్తన చేయాల్సి ఉంటుంది. ఈ విధంగా ప్రతి పిల్లవాడిలో ఉన్న సహజ నైపుణ్యాలను మెరుగు పరచవలసిన అవసరం ఉన్నది.

పిల్లలు ప్రతి సందర్భములలో అనగా తరగతి గది లేదా నిజజీవిత సందర్భంలో ఎదురుకొనే ప్రత్యక్ష అనుభవాలను తరగతి గదిలో ఉపయోగించే విధంగా ప్రోత్సహించి, వాటి ద్వారా క్రొత్త విషయాలు ఆవిష్కరించే విధంగా తరగతి గదిని సిద్దపరచాలి. గణితపరంగా మాట్లాడాలంటే దాని స్వభావం దృష్ట్యా పిల్లల్లో సమస్యాసాధన, తార్కికంగా ఆలోచించడం, కారణాలు చెప్పడం, పలు విషయాలతో అనుసంధానం చేయడం, ప్రాతినిధ్యపరచడం, దృశ్యీకరించడం, వ్యక్తీకరించడం వంటి నైపుణ్యాలను విద్యార్థుల్లో అభివృద్ధి పరచవలసిన అవసరం ఉన్నది. ఈ నైపుణ్యాల లక్ష్యంగా తరగతి గదిలో పిల్లల్లో అభ్యసనాభివృద్ధిపరచుటకు మనకు మార్గనిర్దేశనం చేయుటకు కొన్ని ప్రవచనలు అవసరం. ఈ విధంగా గణితవిద్యాలక్ష్యాలను మార్గనిర్దేశనం వాఖ్యాలనే విద్యాప్రమాణాలు లేదా అభ్యసన ఫలితాలు అంటారు. తరగతి గదికి వెళ్లేముందు మనము విద్యాప్రమాణాలు/అభ్యసన ఫలితాలను నిర్ధారించి రాసుకోడానికి ముందు వీటిని మరింత క్షున్నంగా అర్థం చేసుకోవాల్సి ఉంది.

SCERT TELANGANA

ఒక ప్రత్యక్షమైన విషయం కాని, విషయంతో కాని నిర్దేశించబడిన సమయంలో పిల్లలకు ఏమి తెలిసి యుండాలి? వారు ఏమి చేయగల్గాలి? మరియు ఏ నైపుణ్యం ప్రదర్శించగల్గాలి? అని తెలిపే వివరణాత్మకమైన వాక్యాలనే విద్యాప్రమాణాలు / అభ్యసన ఫలితాలు అంటారు.

విద్యాప్రమాణాలు / అభ్యసన ఫలితాలు :

- ఇవి సవివరమైన వాఖ్యాలు. సమాజంలోని సాధారణ మనుషులు కూడా వీటిని అర్థం చేసుకొనే విధంగా ఉంటాయి.
- తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియకు మార్గనిర్దేశనం చేసే విధంగా మరియు పిల్లలు అభ్యసనం తరువాత ఏ నైపుణ్యం ప్రదర్శించాలో తెలుపుతాయి.
- ఇవి కొన్ని సార్లు ఒక అంశంపై కాని, మరి కొన్నిసార్లు ఎక్కువ అంశాలను కలిపిగాని అలాగే ఒకే నైపుణ్యంకాని, ఎక్కువ నైపుణ్యాలను కలిగిగాని నిర్వచించబడతాయి.

కావున పై విషయాలను బట్టి విద్యాప్రమాణాలు / అభ్యసన ఫలితాలు ఒకే అంశంలో కాని, కొన్ని విషయాలను కలిపిగాని, ఒకే నైపుణ్యంలోగాని, కొన్ని నైపుణ్యాలలోగాని సాధించడానికి మరియు పిల్లలు వాటిని ప్రదర్శించడానికి ఉపాధ్యాయుడు బాధ్యత తీసుకోవాల్సి ఉంటుంది.

ఏమి తెలిసి ఉండాలి?

పిల్లలు తమ తమ తరగతిలో నిర్దేశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించుటకు వాటి సాధనకు అవసరమైన కనీస సామర్థ్యాలు సాధించగల్గి ఉండాలి. అప్పుడే వారికి అభ్యసన సులువు అవుతుంది. గణితంలో ఏ భావననైన/అంశానైన అభ్యసించాలంటే ఆ భావన/అంశంనకు అవసరమైన పూర్వ భావనల పై అవగాహన అత్యావశ్యకం. పిల్లలు ఆయా తరగతులకు చెందిన పూర్వ భావనలపై పట్టులేనట్లయితే అభ్యసనలో పాల్గొనడం జరుగదు. దీనితో వారు అభ్యసనలో వెనుకబడిపోతారు. కావున ఉపాధ్యాయులుగా మనం ఎప్పటికప్పుడు చెప్పబోయే అంశాలపట్ల పిల్లలకు ఏమి తెలిసివుండాలో గుర్తించి అవి కల్గిఉన్నారో లేదో పరిశీలించాలి. ఒకవేళ ఆ సామర్థ్యాలు లేకపోతే వాటిని కల్పించిన తరువాత ముందుకెల్లాలి.

ఉదా:–

తరగతి	**అభ్యసనాంశం**	**కావలసిన పూర్వభావనలు**
8	బీజీయ సమాసాల కారణాంక విభజన	కారణాంకం, ఉమ్మడి కారణాంకం, గుణిజం, ఉమ్మడి గుణిజం, గ.సా.భా; ఘాతాంక న్యాయాలు, సమాస పరిమాణం మొదలగునవి.
10	ప్రాథమిక అంకగణిత సిద్ధాంతం	సంఖ్యల అవగాహన, ప్రధాన సంఖ్యలు, కారణాంకం, సంయుక్త సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకంల లబ్ధంగా రాయగల్గడం, మొదలగునవి.

ఏమి చేయగల్గాలి?

ప్రతి తరగతికి నిర్దేశించిన సిలబస్ ఉంది. ఈ సిలబస్ ప్రధానంగా గణితంలో వివిధ రంగాలకు చెంది ఉంది. అవి. సంఖ్యావ్యవస్థ, బీజగణితం, జ్యామితీ, సంఖ్యాకశాస్త్రం/దత్తాంశ అవగాహన, సంభావ్యత, క్షేత్రమితి, మొదలగునవి. ఈ రంగాలలోని సిలబస్ ఆధారంగా పిల్లలు ఆయా భావనలకు/అంశాలకు అభ్యసన ఫలితాలు సాధించగల్గాలి. పిల్లలు ఆయా తరగతుల్లో నిర్దేశించిన అభ్యసన ఫలితాల సాధనకు అవసరమైన భావనలపై అవగాహన ప్రదర్శించడం, సమస్యలు సాధించడం, గణిత పదజాలాలను వినియోగించడం, నిరూపణలు, సాధారణీకరణలు, నిజజీవిత సమస్యలు సాధించడం, గ్రాఫులను ప్రదర్శించడం నిర్మాణాలు చేయడం వంటివి చేయగల్గాలి.

ఏమి ప్రదర్శించగల్గాలి?

పాఠశాల విద్యలో ప్రతి విషయాంశం (గణితం)నకు దానికంటూ ఒక ప్రత్యేక స్వభావం కల్గిఉందన్న సంగతి మనకు తెల్సిందే. దీని స్వభావ దృష్ట్యా గణితంలో కూడా గణిత పరమైన నైపుణ్యాలు పిల్లలు ప్రదర్శించగల్గాలి. గణిత అభ్యసనం ద్వారా పిల్లల్లో సమస్యా సాధన, తార్కిక ఆలోచన, కారణాలు చెప్పడం, గణిత వ్యక్తీకరణ (పదజాలం, భావనలు, గుర్తులు, వాక్యాలు మొదలగునవి), అనుసంధానించడం, దృశ్యీకరణ, ప్రాతినిథ్యపరచడం, అంచనావేయడం, సూత్రీకరణ చేయడం, అప్రాక్సిమేషన్, మోడలింగ్, సృజనాత్మకత వంటి నైపుణ్యాలు పెంపొందించబడాలి. గణిత అభ్యసనలో పిల్లలు ఈ నైపుణ్యాలు ప్రదర్శించనట్లయితే ఆ అభ్యసనకు అర్థం లేదు.

నిర్దేశించబడిన సమయంలో పిల్లల్లో అభ్యసన ఫలితాలను పెంపొందించడానికి ఉపాధ్యాయులుగా మనం సమగ్రమైన వ్యూహాలను రూపొందించుకొని, వాటిని సరిగా ఉపయోగించి నాణ్యమైన విద్యను అందించాలి. ఇందుకోసం మన విద్యాశాఖ/కేంద్ర మానవ వనరుల అభివృద్ధిశాఖ సూచన మేరకు ఏమి చర్యలు చేపట్టిందో తెలుసుకుందాం.

పిల్లలు తరగతి గదిలో మరియు తరగతి గది బయట బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు మరియు వివిధ కృత్యాలలో వ్యక్తిగతంగా కాని, జట్లలో గాని ఇష్టంగా పాల్గొంటారు. పొందిన అనుభవాల ద్వారా జ్ఞాన నిర్మాణం జరిగి దానిని నిజజీవిత సందర్భాలలో వినియోగించగలగాలి. ఈ విధంగా అన్ని సామర్థ్యాలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను తప్పనిసరిగా పొందగలిగితే నాణ్యమైన విద్యను పొందినట్లుగా భావించవచ్చు.

ఇందుకోసం కేంద్ర మానవ వనరుల శాఖ ప్రతి రాష్ట్రానికి పాఠశాల విద్యలో 1 నుండి 10 తరగతులకు అన్ని విషయాలకు అభ్యసన ఫలితాలు రూపొందింపజేసింది. ఈ అభ్యసన ఫలితాలు మన రాష్ట్రంలో SCF-2011 సూచనలననుసరించి 2011లోనే అన్ని తరగతులకు, విషయాలకు సిలబస్, అభ్యసన ఫలితాలు, బోధనవ్యూహాలు రూపొందింపజేసి ఇందుకనుగుణంగా పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించుకోవడమైంది. మన పాఠ్యపుస్తకాల్లోనే గణితంలో చివరి పేజీల్లో సిలబస్, అభ్యసన ఫలితాలు (విద్యా ప్రమాణాలు), ఎలా బోధించాలి? వేటిని బోధించాలి? ఏమి సాధించాలి? అనే అవగాహనకు పాఠ్యపుస్తకాల్లో ఉపాధ్యాయులకు, పిల్లలకు ప్రత్యేకంగా సూచనలు కూడా ఇవ్వడమైంది. వీటన్నిటిని అవగాహన చేసుకొని పాఠ్యపుస్తకాలు సమగ్రంగా వినియోగించాల్సిన ఆవశ్యకత ఎంతైనా ఉంది.

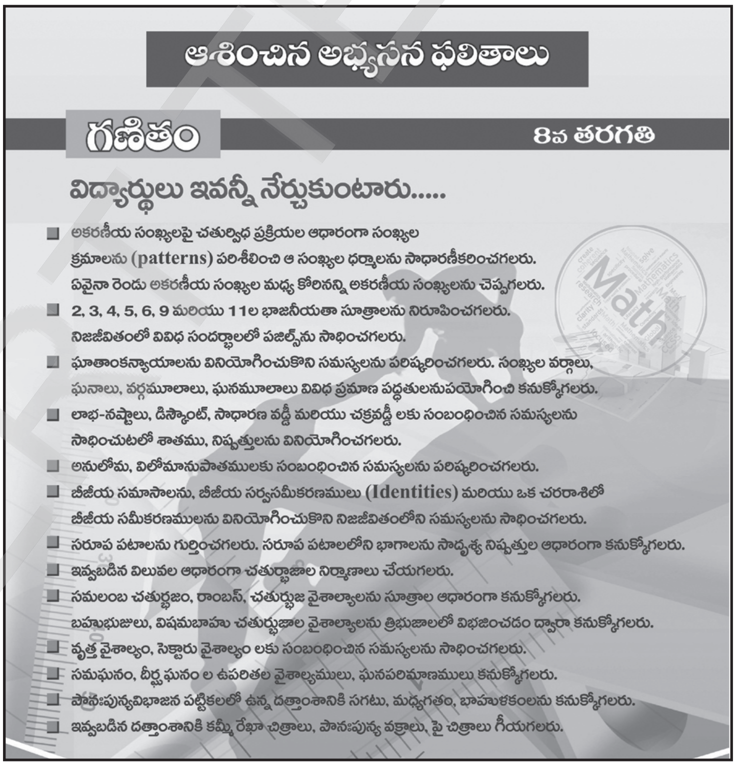
SCERT TELANGANA

అంతేగాక కేంద్ర మానవ వనరుల అభివృద్ధి శాఖ కూడా దేశంలోని అన్ని ప్రాంతాలు, రాష్ట్రాలలో పిల్లలందరు నాణ్యమైన విద్య ఏమేరకు పొందుతున్నారో తెలుసుకోడానికి అన్ని రాష్ట్రాలు, కేంద్రపాలిత ప్రాంతాల్లో కూడా అభ్యసన ఫలితాల ఆధారంగా 'నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే' కూడా నిర్వహించింది. ఈ సర్వే నిర్వహణకు ముందు కేంద్రం అన్ని రాష్ట్రాలకు నిర్దేశించిన సిలబస్ ఆధారంగా అభ్యసన ఫలితాలు రూపొందించి అన్ని రాష్ట్రాల విద్యాశాఖలకు పంపి తమ సిలబస్, అభ్యసన ఫలితాలతో సరిచూడమని సూచించింది. అలాగే అభ్యసన ఫలితాలతో కూడిన పోస్టర్, బ్రోచర్, ఉపాధ్యాయుల కరదీపికలు రూపొందించి అన్ని పాఠశాలలకు, పిల్లలకు, తల్లిదండ్రులకు అందించి వాటిపట్ల అవగాహన కల్పించాలని సూచించింది. ఈ సూచనలు దృష్టిలో ఉంచుకొని రాష్ట్ర విద్యా పరిశోదన శిక్షణా సంస్థ అభ్యసన ఫలితాలపై తరగతి వారీగా, విషయవారీగా, కేంద్రం సూచించిన అభ్యసన ఫలితాలతో సమీక్షించింది. అభ్యసన ఫలితాలతో కూడిన పోస్టర్లు, బ్రోచరు, కరదీపికలు రూపొందించి పాఠశాలలకు అందించడమైంది. వీటిపై ఉపాధ్యాయులకు అవగాహన కూడా కలిగించింది.

పోస్టరు :

గణితంలో అభ్యసన ఫలితాలతో కూడిన పోస్టర్లను 1 నుండి 8 తరగతులకు అన్ని మాధ్యమాల్లో (తెలుగు, ఆంగ్లం, ఉర్దూ, హిందీ, తమిళం, కన్నడం, మరాఠీ) రూపొందించి పాఠశాలలకు అందించడమైంది. ఈ పోస్టరులో ఆయా తరగతుల్లో (1 నుండి 8 తరగతులు) పిల్లలు సంవత్సరాంతానికి ఏమి సాధించాలో సిలబస్‌ను దృష్టిలో ఉంచుకొని క్లుప్తంగా అభ్యసన ఫలితాలను రూపొందించడమైంది. ఈ అభ్యసన ఫలితాలను పరిశీలించినట్లయితే పిల్లలకు ఆ తరగతి సిలబస్ పూర్తయ్యే వరకు సంవత్సరాంతానికి ఏం చేయగల్గుతారో వారికి తెలుస్తుంది. ఇందుకోసం పిల్లలు పాఠ్యాంశాల ఆధారంగా తామేమి చేయగల్గుతున్నామో తెలుసుకోడానికి వీలుగా వీటిని తరగతి గదిలో గోడలకు వేలాడదీయవల్సి ఉంటుంది. దీని ద్వారా పిల్లలు ఎప్పటికప్పుడు పాఠ్యాంశాలు పూర్తిగాకాగానే తాము ఏమి చేయగల్గుతున్నారో పోస్టర్లును చూసి సమీక్షించుకుంటారు.

ఉదా:-

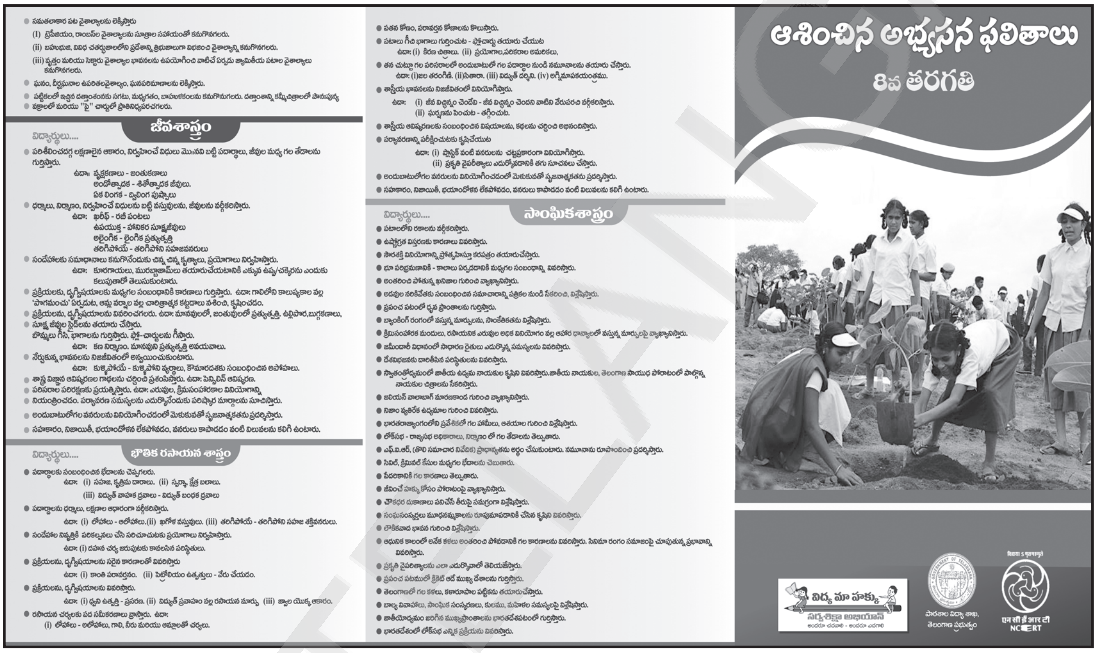


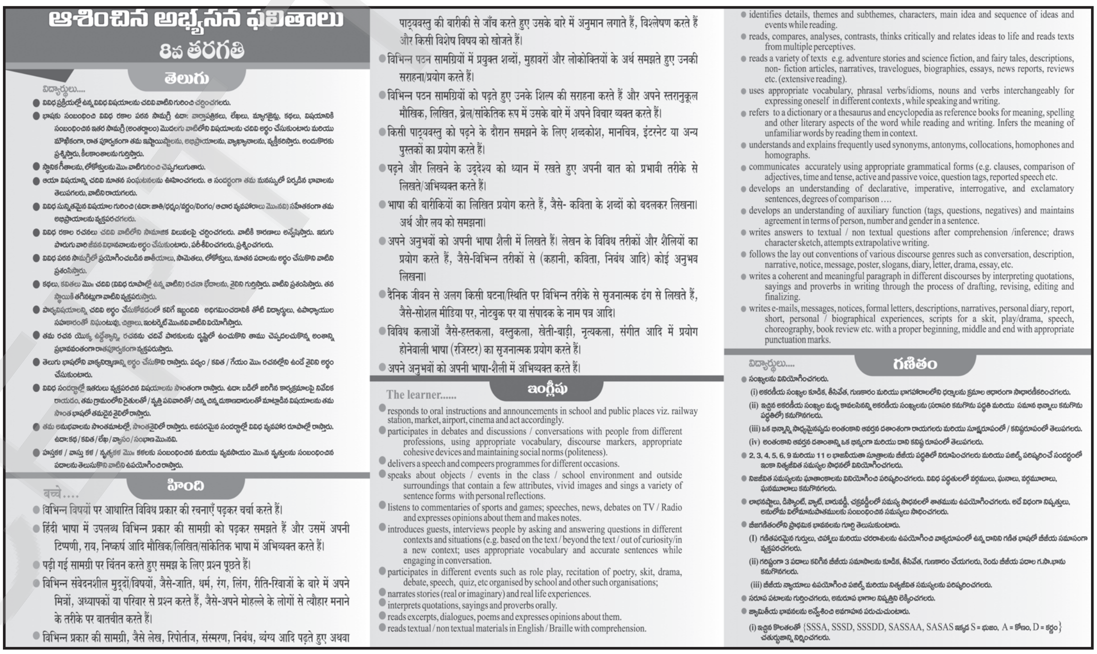
SCERT TELANGANA

బ్రోచర్ :

అభ్యసన ఫలితాలతో కూడిన బ్రోచర్‌ను కూడా 1 నుండి 8 తరగతులకు ప్రతి పాఠశాలకు అందించడమైనది. ప్రధానంగా ఈ బ్రోచర్ పిల్లల తల్లిదండ్రులకు పాఠశాల ద్వారా అందజేయడం జరిగింది. ఈ బ్రోచర్‌లో ఆయా తరగతిలో అన్ని విషయాలలో పిల్లలు ఏమి చేయగల్గాలో కొంచెం విస్తృతంగా వివరణతో అభ్యసన ఫలితాలు ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ బ్రోచర్ తల్లిదండ్రుల వద్ద ఉంటుంది కావున తమ పిల్లలు గణిత పాఠ్యాంశాల ఆధారంగా ఏమేమి చేయగల్గుతున్నారో ఎప్పటికప్పుడు తెలుసుకో వీలవుతుంది. ఎందులో, ఎక్కడ వెనుకబడ్డారో తెలుసుకొని ఉపాధ్యాయులతో చర్చించడానికి తద్వారా తమ పిల్లలకు కావాల్సిన సహకారం కోరడం సులువవుతుంది. తమ పిల్లలతో చర్చించడం సమస్యను గుర్తించడం, ఉపాధ్యాయుల దృష్టికి తీసుకెల్లడం తద్వారా పిల్లల అభివృద్ధికి తగుచర్యలు తీసుకోడానికి మార్గదర్శకంగా బ్రోచర్ వినియోగపడుతుంది. అంతేగాక పిల్లలు అవి సాధించకపోతే అడిగే అవకాశం ఉంది.

ఉదా:





గణితం

- సమతలాకార పట వైశాల్యాలను లెక్కిస్తారు
  - (I) ట్రెపీజియం, రాంబస్‌ల వైశాల్యాలను సూత్రాల సహాయంతో కనుగొనగలరు.
  - (ii) బహుభుజి, వివిధ చతర్భుజాలలోని ప్రదేశాన్ని త్రిభుజాలుగా విభజించి వైశాల్యాన్ని కనుగొనగలరు.
  - (iii) వృత్తం మరియు సెక్టారు వైశాల్యాల భావనలను ఉపయోగించి వాటిచే ఏర్పడు జ్యామితీయ పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనగలరు.
- ఘనం, దీర్ఘఘనాల ఉపరితలవైశాల్యం, ఘనపరిమాణాలను లెక్కిస్తారు.
- పట్టికలలో ఇచ్చిన దత్తాంశంనకు సగటు, మధ్యగతం, బాహుళకంలను కనుగొనుగలరు. దత్తాంశాన్ని కమ్మీచిత్రాలలో పౌనఃపున్య
- వక్రాలలో మరియు "పై" చార్టులో ప్రాతినిధ్యపరచగలరు.

ఉపాధ్యాయ కరదీపికలు

గణిత విషయాంశంలో 1 నుండి 10 తరగతులకు అభ్యసన ఫలితాలతో కూడిన కరదీపిక రూపొందించి ప్రతి పాఠశాలకు అందించడమైంది. ఈ కరదీపికలో ఆయా తరగతులకు పాఠ్యాంశం/అధ్యాయం వారీగా/ఏరియావారీగా అభ్యసన ఫలితాలు, ఈ అభ్యసన ఫలితాల సాధనకు ఎంచుకోవాల్సిన బోధనా వ్యూహాలు కూడా ఇవ్వడమైనది. ఉపాధ్యాయులుగా మనము ఈ కరదీపికలో సూచించిన బోధనావ్యూహాలు పాటిస్తూ నిర్దేశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించాల్సి ఉంటుంది. కరదీపికలో సూచించిన బోదనా వ్యూహాలు పాఠ్యాంశాలలోని విషయం ఆధారంగా రూపొందించడమైంది.

ఉదా: –

SCERT TELANGANA

తరగతి వారీగా, యూనిట్‌వారీగా బోధన్యాభ్యసన ప్రక్రియలు - అభ్యసన ఫలితాలు

8వ తరగతి (Class-VIII) (Classwise, Unitwise Teaching Learning Process - Learning Outcomes)

క్ర. సం.	విషయవిభాగం, కీలకభావనలు	బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ	అభ్యసన ఫలితాలు	బోధనాభ్యసన సామగ్రి
1.	సంఖ్యా వ్యవస్థ (i) **అకరణీయ సంఖ్యలు** ❑ అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలు ❑ సంఖ్యారేఖపై అకరణీయ సంఖ్యలను సూచించుట ❑ రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య అనంతమైన అకరణీయ సంఖ్యలను రాయుట. ❑ అకరణీయ సంఖ్యలను, దశాంశ సంఖ్యలుగా సూచించటం. అదే విధంగా దశాంశ సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలుగా సూచించడం (హారాలు 10,10,100... కాకుండా) ❑ అకరణీయ సంఖ్యలపై వివిధ పరిక్రియల దృష్ట్యా ధర్మాలు ❑ అకరణీయ సంఖ్యలపై చతుర్విధ పరిక్రియలలో పద సమస్యలు.	• నిజజీవిత సందర్భములలోని వివిధ సన్నివేశాలను పూర్తి తరగతిలో చర్చింప చేస్తూ అకరణీయ సంఖ్యల ఆవశ్యకత మరియు వాటి భావనను పెంపొందించడం • అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలను విద్యార్థులతో వ్యక్తిగతంగా / జట్లలో చర్చింప చేస్తూ, వాటిపై ధర్మాలపై అవగాహనా కల్పించడం మరియు ధర్మాలను సాధారీకరణింప చేయడం (సరిచూడడం ద్వారా) ఉదా: (i) a, b, c $\in$ Q అయితే $a + b \in Q$ (ii) $a + b = b + a$ (iii) $a + (b + c) = (a + b) + c$ (iv) $a + 0 = a = 0 + a$ (v) $a + (-a) = 0 = (-a) + (a)$ (vi) $a (b + c) = ab + ac$ • అకరణీయ సంఖ్యల ధర్మాలకు సంబంధించిన సమస్యల (పద సమస్యలు) విద్యార్థులచే చర్చింపచేస్తూ వ్యక్తి గతంగా సాధింపచేయుట. • తరగతి గదిలో వివిధ కృత్యములను నిర్వహించి, విద్యార్థులతో పూర్తి తరగతిలో చర్చింప చేస్తూ సంఖ్యా రేఖపై అకరణీయ సంఖ్యలను సూచింపచేయడం.	• విద్యార్థులు అకరణీయ సంఖ్యలకు (భిన్న రూపం) సంబంధించిన సమస్యలు సాధించగలుగుతారు. (PS) • అకరణీయ సంఖ్యాధర్మాలను చతుర్విధ ప్రక్రియలన్నింటిపై సరిచూసి ధర్మాలను చెప్ప గలరు మరియు సాంద్రత ధర్మాన్ని కూడ పరిశీలించగలరు. (RP) • అమరికల ద్వారా అకరణీయ సంఖ్యల యొక్క ధర్మాలను సాధారికరణ చేయగలరు. (RP) • సంఖ్యా ధర్మాలను సంకేత రూపంలో వ్యక్త పరచగలరు. (Com.) • అకరణీయ సంఖ్యలను అంతమయ్యే, అంతం కాని దశాంశ రూపాలలో వ్యక్తపరచగలరు. (Com.) • సంఖ్యారేఖపై అకరణీయ సంఖ్యలను ప్రాతినిధ్య పరిచి మరియు వాటి మధ్య ఉండే అకరణీయ సంఖ్యలను గుర్తించగలుగుతారు. (RV)	

క్ర. సం.	విషయవిభాగం, కీలకభావనలు	బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ	అభ్యసన ఫలితాలు	బోధనాభ్యసన సామగ్రి
		• కృత్యాలను నిర్వహించుట ద్వారా వ్యక్తిగతం / జట్లలో చర్చింపచేస్తూ, సంఖ్యారేఖను ఉపయోగించి, ఏ రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య అనంతమైన అకరణీయ సంఖ్యలను సూచించగలం అనే భావనను పెంపొందించడం. • ఉదాహరణలను పరిశీలింపచేస్తూ పూర్తి తరగతి గదిలో విద్యార్థులతో చర్చింపచేస్తూ, అకరణీయ సంఖ్యలను, దశాంశ భిన్నాలుగా, దశాంశ భిన్నాలను, అకరణీయ సంఖ్యలుగా వ్యక్తపరచడం. • ఉదాహరణలను పూర్తి తరగతిలో పరిశీలింప చేయడం ద్వారా అకరణీయ సంఖ్యలను అంతమయ్యే దశాంశం / అంతము కాని, ఆవర్తనమయ్యే దశాంశాలుగా వ్యక్తపరచడం మరియు అంతం కాని ఆవర్తనం అయ్యే దశాంశాలను అకరణీయ సంఖ్యలుగా వ్యక్తపరచడం. ఉదా: (i) $\frac{1}{5} = 0.2$ (ii) $\frac{1}{3} = 0.\overline{3}$ (iii) $0.\overline{7} = \frac{7}{9}$ (iv) $0.\overline{23} = \frac{23}{99}$		

క్ర. సం.	విషయవిభాగం, కీలకభావనలు	బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ	అభ్యసన ఫలితాలు	బోధనాభ్యసన సామగ్రి
2.	(ii) **వర్గమూలాలు - ఘనమూలాలు** ❑ వర్గసంఖ్యలు, వర్గమూలాలు ❑ కారణాంక పద్ధతిన, భాగహార పద్ధతిన వర్గమూలాలను కనుగొనుట ❑ పైథాగరియన్ త్రికాలు ❑ ఘన సంఖ్యలు, ఘన మూలాలు (3 అంకెలు గల సంఖ్యలకు కారణాంక పద్ధతి మాత్రమే) ❑ వర్గమూలాలను, ఘన మూలాలను అంచనా వేయడం.	• ప్రమాణ చతురస్రాలను ఉపయోగించి వివిధ రకాల చతురస్రాకారాలను తయారుచేసి పరిపూర్ణ వర్గాలను పూర్తి తరగతిలో చర్చింప చేస్తూ పరిచయం చేయడం. అదే విధంగా పరిపూర్ణ వర్గాల ఉదహరణలను పరిశీలింప చేస్తూ ఖచ్చిత వర్గం మరియు వర్గ సంఖ్యల తేడాను విద్యార్థులతో పరిశీలింప చేయడం. • కొన్ని ఆసక్తికరమైన చతురస్ర అమరికలను జట్లలో పరిశీలింప చేస్తూ వర్గ సంఖ్యలపై వివిధ రకాల అమరికలను సాధారణీకంచేయడం. ఉదా: $3^2 = 9 = 4+5 = \left(\frac{3^2-1}{2}+\frac{3^2+1}{2}\right)$ $5^2 = 25 = 12+13 = \left(\frac{5^2-1}{2}+\frac{5^2-1}{2}\right)$ .... $n^2 = \left(\frac{n^2-1}{2}+\frac{n^2+1}{2}\right)$ • పూర్తి తరగతిలో పట్టిక (కృత్యం)ను పరిశీలింపచేసి జట్లలో రెండు వరుస వర్గ సంఖ్యల మధ్యగల పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తింపచేయడం మరియు రెండు వరుస పూర్ణసంఖ్యల వర్గాలకు, వాటి మధ్య నున్న పూర్ణసంఖ్యకు గల మధ్య సంబంధమును పరిశీలింపచేయడం.	• వివిధ పద్ధతులను ఉపయోగించి సంఖ్యల యొక్క వర్గాలు, ఘనాలు, వర్గమూలాలు మరియు ఘన మూలాలను కనుగొనగలరు. (PS) • వర్గసంఖ్యలు, ఘనసంఖ్యల ధర్మాలను చెప్పగలరు మరియు పైథాగరస్ త్రికాలను సరిచూసే పద్ధతులను కనుగొంటారు. (RP) • వర్గాలు, ఘనాలు, ఘనమూలాల భావలను నిజ జీవిత వివిధ సందర్భంలో అనుసంధానం చేయగలరు. (Con.) • పరిపూర్ణ వర్గం కాని సంఖ్యల యొక్క వర్గ మూలాలు అంచనా వేసి కనుగొనగలరు. (PS) • ఘనసంఖ్యల ఘనమూలాల అంచనా వేయ గలడు. (PS)	

SCERT TELANGANA

క్ర. సం.	విషయవిభాగం, కీలకభావనలు	బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ	అభ్యసన ఫలితాలు	బోధనాభ్యసన సామగ్రి
		• పూర్తి తరగతి గదిలో ఉదాహరణలను పరిశీలింప చేస్తూ పైథాగరియన్ త్రికములు చర్చ ద్వారా పరిచయం చేయడం వాటిని సరిచూడం ఉదా (i) $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 + 5^2$ (ii) $5^2 + 12^2 = 25 + 44 = 169 + 13^2$ (3, 4, 5), (5, 12, 13) ... పైథాగరియన్ త్రికములు • విద్యార్థులకు జట్లుగా విభజించి ప్రమాణ చతురస్రంలు కలిగిన చతురస్రాకారపు పటాలను పరిశీలింపచేస్తూ వర్గమూలాల యొక్క అవగాహనా కల్పించడం మరియు ఉదహరణలను నల్లబల్లపై రాసి పూర్తి తరగతిలో చర్చిస్తూ వరుస బేసి సంఖ్యల వ్యవకలనం ద్వారా ఇచ్చిన సంఖ్యల యొక్క వర్గమూలాలను కనుగొనే పద్ధతిపై అవగాహన కల్పించడం. • ఇచ్చిన సంఖ్యల (దశాంశ సంఖ్యలు) యొక్క వర్గమూలాలను పూర్తి తరగతిలో ఉదహరణలతో చర్చిస్తూ ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతి మరియు భాగహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనడం. • పూర్తి తరగతిలో చర్చ ద్వారా పరిపూర్ణ సంఖ్యలు కాని సంఖ్యలు కాని సంఖ్యల వర్గమూలాలను అంచనా వేయడంపై అవగాహన పెంపొందించడం.		

క్ర. సం.	విషయవిభాగం, కీలకభావనలు	బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ	అభ్యసన ఫలితాలు	బోధనాభ్యసన సామగ్రి
		• ప్రమాణ ఘనాలతో ఏర్పడిన ఘనాకార పటాల సహాయంతో పూర్తి తరగతిలో చర్చిస్తూ ఘనసంఖ్యలను పరిచయం చేయడం. ఉదా: 1, 8, 27, 64, ... (పరిపూర్ణ ఘనాలు), అదే విధంగా వివిధ ఘన సంఖ్యల పరిశీలింపచేస్తూ వాటిలోని అంకెల అమరికలను గమనింప చేస్తూ సంఖ్యలను ఘనం చేయకుండానే వాటి ద్వారా ఏర్పడే ఘన సంఖ్యలలోని ఒకట్లస్థానంలోని అంకెను గుర్తింపచేయడం. • కొన్ని ఆసక్తికర అమరికలను సేకరించి పూర్తి తరగతిలో తదుపరి జట్లలో పరిశీలింప చేయడం ద్వారా వాటిలో ఇమిడి యున్న ధర్మాలను సాధారణీంపచేయడం. ఉదా: $1^3 + 2^3 + ... + n^2 = (1 + 2 + 3 + ... + n)^2$ • పూర్తి తరగతి గదిలో కృత్యాలను నిర్వహిస్తూ ఘనములపై భావన పెంపొందించుట. • వ్యక్తిగతం / జట్లలో కృత్యాలు నిర్వహించి ఇచ్చిన సంఖ్యల ఘనాలు / ఘనమూలమును కనుగొనే పద్ధతిపై అవగాహన కల్పించడం. • పూర్తి తరగతిలో ఉదహరణలను విద్యార్థులతో చర్చింప చేస్తూ పద సమస్యలను సాధింపచేయడం.		

ముగింపు

RTE-2009 ద్వారా బల్లో చేరిన ప్రతి పిల్లవాడు నాణ్యమైన విద్య పొందే హక్కు కల్గి ఉన్నారు. కావున తరగతి గదిలో మనబోధన నాణ్యమైన విద్య అందించే దిశలో ఉండాలి. నాణ్యమైన విద్య సాధించడం అంటే పిల్లలు వయస్సుతగ్గ తరగతి, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించడమే. ఇందుకు విద్యాశాఖ అందించిన సామాగ్రి (పోస్టరు, బ్రోచర్, కరదీపికలు)లో నిర్దేశించిన అభ్యసన ఫలితాలు గణిత పాఠ్యాంశాల ఆధారంగా సాధించాలి.

*****

3. నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే -ఫలితాలు-సమగ్ర విశ్లేషణ

నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే (NAS) – పరీక్ష :

విద్యాహక్కు చట్టం (RTE)–2009 ప్రకారం బళ్లో చేరిన ప్రతి పిల్లవాడు నాణ్యమైన విద్యపొందే హక్కును కల్గి ఉన్నాడు. ఇందుకోసం కేంద్ర మానవ వనరుల శాఖ దేశంలో పాఠశాల విద్యలో పిల్లల నాణ్యత ఎలా ఉందో తెలుసుకొని వారి అభివృద్ధికోసం పాఠశాల విద్యలో తేవాల్సిన సంస్కరణల గురించి ఆలోచన చేసింది. ఈ క్రమంలో దేశంలో అన్ని రాష్ట్రాలు, కేంద్ర పాలిత ప్రాంతాలలో నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే నిర్వహించి పాఠశాల విద్యలో మౌళిక సదుపాయాలు, పిల్లల నాణ్యమైన విద్య, పాఠశాలల పట్ల పిల్లల, ఉపాధ్యాయుల అభిప్రాయాలను సేకరించింది. ప్రధానంగా ఈ అధ్యాయంలో పిల్లల నాణ్యత విషయమై అభ్యసనా ఫలితాల ఆధారంగా నిర్వహించిన పరీక్ష ఫలితాలను విశ్లేషిద్దాం :

- నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే నవంబర్ 13, 2017న దేశవ్యాప్తంగా 3, 5, 8 తరగతుల పిల్లల ప్రగతిని (సామర్థ్యాలను) పరీక్షించుటకు నిర్వహించారు. అలాగే 10వ తరగతికి ఫిబ్రవరి 5, 2018న నిర్వహించారు.
- ఈ సర్వేను 3, 5, 8 తరగతుల పిల్లలకోసం ప్రభుత్వ, ప్రభుత్వ ఎయిడెడ్ పాఠశాలల్లో విద్యనభ్యసించే వారికి నిర్వహించారు. అయితే 10వ తరగతికి మాత్రము ప్రభుత్వ, ప్రభుత్వ ఎయిడెడ్‌తో పాటు ప్రైవేటు పాఠశాలల పిల్లలకు కూడా నిర్వహించారు.
- 3, 5 తరగతులలో 45 ప్రశ్నలతో, 8వ తరగతిలో 60 ప్రశ్నలతో కూడిన ప్రశ్నాపత్రాలతో పరీక్ష నిర్వహించడమైనది. ఈ ప్రశ్నా పత్రాలను ప్రతి తరగతికి రెండు సెట్లు రూపొందించి నిర్వహించడమైనది. అయితే 10వ తరగతికి మాత్రము 60 ప్రశ్నలతో కూడిన 3 ప్రశ్నాపత్రాలు రూపొందించి పరీక్ష నిర్వహించారు.
- 3, 5 తరగతులకు 45 ప్రశ్నలను మూడు (3) విషయాంశాలైన భాష (తెలుగు / ఇంగ్లీషు / ఉర్దూ), గణితం, పరిసరాల విజ్ఞానంలో ఒక్కొక్క విషయాంశానికి 15 ప్రశ్నల చొప్పున ఇవ్వడమైనది. 8వ తరగతికి 60 ప్రశ్నలను నాల్గు (4) విషయాంశాలు భాష, గణితం, సామాన్య, సాంఘీకశాస్త్రంలో ఒక్కో విషయానికి 15 ప్రశ్నల చొప్పున ఇవ్వడమైంది. 10వ తరగతికి మాత్రము 60 ప్రశ్నలు ఒకే విషయానికి ఇవ్వడమైంది. ఇలా ప్రతి సబ్జెక్టు అనగా భాష, గణితం, సామాన్య, సాంఘీకశాస్త్రాలలో ఇవ్వబడ్డాయి.
- ఇలా రూపొందించబడ్డ ప్రశ్నా పత్రాలతో ప్రాథమిక స్థాయిలో 3, 5 తరగతులకు, ఎలిమెంటరీ స్థాయిలో 8వ తరగతికి, ఉన్నత స్థాయిలో 10వ తరగతికి మన రాష్ట్రంలోని అన్ని జిల్లాల్లో ర్యాండంగా ఎంపిక చేయబడ్డ పాఠశాలల్లో ఆయా తరగతులకు పరీక్ష నిర్వహించడమైనది.
- పరీక్ష నిర్వహణ ప్రభుత్వ, ప్రభుత్వ ఎయిడెడ్, ప్రైవేట్ పాఠశాలల్లో బాలురు, బాలికలకు, గ్రామీణ ప్రాంతం, పట్టణ ప్రాంత పిల్లలకు, వివిధ సామాజిక వర్గాల పిల్లలు అందరు కూడా పాల్గొనేలా జరుపడమైంది.

- నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే (NAS) పరీక్ష కోసం రూపొందించిన ప్రశ్నలు నిర్దేశించిన తరగతుల సామర్థ్యాలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను దృష్టిలో ఉంచుకొని ఇవ్వడమైనది. అనగా ప్రతిప్రశ్న కూడా ఆయా తరగతిలో నిర్దేశించిన సిలబస్‌తో కూడి ఆశించిన అభ్యసన ఫలితం సాధించారా? లేదా? తెలుసుకోడానికి వీలుగా ఇవ్వడమైంది.
- ఈ పరీక్ష మన రాష్ట్రంలో 31 జిల్లాల్లో నిర్వహించారు. రాష్ట్ర వ్యాప్తంగా 3వ తరగతిలో 1840 పాఠశాలల నుండి 25,910 మంది పిల్లలు, 5వ తరగతిలో 1853 పాఠశాలల నుండి 29,709 మంది పిల్లలు, 8వ తరగతిలో 1579 పాఠశాలల నుండి 37,659 మంది పిల్లలు పాల్గొన్నారు. 10వ తరగతిలో 2467 పాఠశాలల నుండి 98656 మంది పిల్లలు నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే (NAS) పరీక్షలో పాల్గొన్నారు.

NAS - పరీక్ష ఫలితాలు – విశ్లేషణ :

3, 5, 8 తరగతుల గణిత పరీక్ష ఫలితాలను విశ్లేషిస్తే మనము ఈ అంశాలను గమనించవచ్చు.

- 3వ తరగతి గణితంలో పిల్లలు సరిగ్గా రాసిన సమాధానాల సరాసరి 69%గా ఉంటే, 5వ తరగతిలో 56%, 8వ తరగతిలో 37%గా ఉంది. అనగా ప్రాథమిక స్థాయి గణితంలో సరైన సమాధానాలు 69%గా ఉన్నప్పటికి అంతశాతం సరైన సమాధానాలు ఉన్నత స్థాయిలో సరిగా రాయలేకపోయారు. కాగా 37%నికి తగ్గిపోయింది.
- 3వ తరగతిలో పిల్లలు సరిగా సమాధానాన్ని గుర్తించడంలో భాష (68%), పరిసరాల విజ్ఞానం (67%) కన్నా గణితం (69%)తో ముందున్నప్పటికి ఉన్నత స్థాయి గణితంలో సరైన సమాధానాలు గుర్తించడంలో అన్ని సబ్జెక్టులకన్నా వెనుకబడ్డారు. ఉన్నత స్థాయిలో భాష (53%), సాంఘీక (40%), సామాన్య (38%) కన్నా గణితంలో (37%) వెనుకబడిపోయారు.
- ఐతే 5వ తరగతిలో కూడా గణితంలో సరైన సమాధానాలు గుర్తించిన శాతం భాష (57%), పరిసరాల విజ్ఞానం (54%)తో పోలిస్తే గణితంలో 56%తో కొంత మంచి ఫలితాలే సాధించారు.
- జాతీయ స్థాయిలోని గణిత ఫలితాలతో రాష్ట్రస్థాయి ఫలితాలను పోల్చినపుడు 3, 5 తరగతుల్లో జాతీయ స్థాయి ప్రగతి (64%, 53%) కన్నా 69%, 56% ఫలితాలతో ముందున్నప్పటికి 8వ తరగతిలో మాత్రము రాష్ట్రప్రగతి జాతీయ స్థాయి ప్రగతికన్నా వెనుకబడింది. అలాగే 10వ తరగతిలో కూడా 8వ తరగతి కన్నా 3% తక్కువ ప్రగతి ఉన్నది.

తరగతి	జాతీయ స్థాయిలో సరాసరిగా సరైన సమాధానాలు గుర్తించిన శాతం	రాష్ట్రస్థాయిలో సరాసరిగా సరైన సమాధానాలు గుర్తించిన శాతం
3	64	69
5	53	56
8	42	37
10		34

SCERT TELANGANA

- ప్రాథమిక స్థాయిలో 3వ తరగతిలో 30%, అంతకన్నా తక్కువ ప్రగతి సాధించిన వారి శాతము 6.5%, 5వ తరగతిలో 15.2% ఉంటే 8వ తరగతిలో 43.4% పిల్లలు 30% శాతం వరకు మాత్రమే ప్రగతి సాధించారు. అంతేగాక 8వ తరగతిలో సుమారు 76.4% మంది పిల్లలు 50% అంతకంటే తక్కువ ప్రగతిని చూపారు.
- 75% కన్నా ఎక్కువ ప్రగతి సాధించిన పిల్లలు 3వ తరగతిలో 43.2%, 5వ తరగతిలో 23.6% పిల్లలు ఉంటే 8వ తరగతిలో 5.8% మంది పిల్లలు మాత్రమే ఉన్నారు. ఐతే 3, 5 తరగతుల్లో 50 కంటే ఎక్కువ ప్రగతి చూపిన వారి శాతము 78.2%, 58.6%గా ఉంది.
-

తరగతి	గణితంలో 30%వరకు ప్రగతి చూపినవారి శాతం	గణితంలో 30 నుండి 50% వరకు ప్రగతి చూపనవారి శాతం	గణితంలో 50 నుండి 75% వరకు ప్రగతి చూపిన వారి శాతం	75% పై ప్రగతి చూపినవారి శాతం
3	6.5	16	35	43.2
5	15.2	26	35	23.6
8	43.4	33	17	5.8

- 8వ తరగతి NAS గణిత ఫలితాలలో బాలురు, బాలికలు, గ్రామీణ, పట్టణ, ప్రభుత్వ, ప్రభుత్వ ఎయిడెడ్ పాఠశాల ఫలితాలలో ఎలాంటి వ్యత్యాసం లేదు. అన్ని విభాగాలలో ప్రగతి 37%గా ఉంది.

అభ్యసన ఫలితాల వారీగా ఫలితాల విశ్లేషణ

అ) 8వ తరగతి ఫలితాలు–విశ్లేషణ :

8వ తరగతి NAS గణిత పరీక్షలోని ఫలితాలను విశ్లేషించినపుడు పిల్లలు అతి తక్కువ ప్రగతిని కనబర్చిన ప్రశ్నలు కింది అభ్యసన ఫలితాలకు చెందినవై ఉన్నాయి. ఈ అభ్యసన ఫలితాలపై ఇచ్చిన ప్రశ్నలు సాధించడంలో అతితక్కువ ప్రగతిని ప్రదర్శించారు. ఏఏ అభ్యసన ఫలితాలకు చెందిన ప్రశ్నలు. ఎంతశాతం ప్రగతిని సాధించారో పరిశీలిద్దాం.

అభ్యసన ఫలితం కోడ్	8వ తరగతి గణితం – అభ్యసన ఫలితాలు	సరాసరి ప్రగతి శాతం
M601	పెద్ద సంఖ్యలపై సరైన ప్రక్రియలను అన్వయించడంలో ఇమిడి ఉన్న సమస్యలను సాధించగలరు.	36
M606	భిన్నాలు / దశాంశ భిన్నాల కూడిక, తీసివేతలతో కూడిన నిజజీవిత సమస్యలను సాధించగలరు.	34
M620	తరగతి గది నేల, చాక్‌పీసు డబ్బా యొక్క తలం మొదలైన ఆకారాలను నిజజీవిత సందర్భాలలో పరిశీలించి అటువంటి దీర్ఘచతురస్రాకారాల చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలను కనుగొనగల్గుతారు.	35

SCERT TELANGANA

M621	దత్తాంశాలను సేకరించి వాటిని పట్టిక, పటచిత్ర రూపం మరియు కమ్మీ చిత్రం రూపంలో ఒకక్రమ పద్ధతిలో ప్రదర్శించగలుగుతారు. మరియు వాటిపై వ్యాఖ్యాణించగలరు.	36
M702	భిన్నాల గుణకార, భాగాహారాలను వివరించగలుగుతారు.	36
M705	అకరణీయ సంఖ్యలతో కూడిన నిజీవిత సందర్భాలలో ఎదురయ్యే సమస్యలను సాధించగల్గుతారు.	41
M706	పెద్ద సంఖ్యల గుణకార, భాగహార సమస్యల సాధనలో సంఖ్యల ఘాతరూపాలను వినియోగించగలరు.	33
M707	బీజీయ సమాసాలను కూడగలరు, తీసివేయగలరు.	39
M710	శాతాలను భిన్నాలు, దశాంశ రూపాల్లోకి మార్చగలరు. అలాగే దశాంశాలను భిన్నాలు, శాతాలలోకి మార్చగలిగే సమస్యలను సాధించగలరు.	26
M717	ప్రమాణ చదరములు గల గ్రిడ్ మరియు గ్రాఫ్ పేపర్‌పై సంవృత పటాలను గీచి వైశ్యాల్యాలను అంచనా వేయగలరు.	32
M719	నిజజీవిత సందర్భాలలోని సమాచారాలను దత్తాంశంగా తీసుకొని వాటికి సగటు, మధ్యగత, బాహుళకంలను కనుగొనగలరు.	49
M721	కమ్మీ చిత్రాలను పరిశీలించి వ్యాఖ్యానించగలరు.	48
M801	అకరణీయ సంఖ్యలలోని క్రమాలను (Patterns) పరిశీలించడం ద్వారా వాటి సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార, భాగహార ధర్మాలను సాధారణీకరించగలరు.	30
M802	ఇచ్చిన రెండు అకరణీయ సంఖ్యల మధ్య అకరణీయ సంఖ్యలను కనుగొనగలరు.	37
M803	2, 3, 4, 5, 6, 9, 11 ల భాజనీయత సూత్రాలను నిరూపించగలరు.	44
M804	సంఖ్యల వర్గాలు, ఘనాలు, వర్గమూలాలు, ఘనమూలాలను వివిధ పద్ధతుల నుపయోగించి కనుగొనగలరు.	37
M808	బీజగణిత న్యాయాలను ఉపయోగించి నిజజీవిత సమస్యలను సాధించగలరు.	50
M812	సమాంతర చతుర్భుజ ధర్మాలను సరిచూడగలరు మరియు వివిధ అంశాల మధ్య సంబంధాలను తర్కాలను ఉపయోగించి ఏర్పరచగలరు.	29
M818	దీర్ఘఘనం, క్రమస్థూపంల ఉపరితల వైశాల్యం మరియు ఘనపరిమాణములను కనుగొనగలరు.	31
M819	కమ్మీరేఖా చిత్రాలు, వృత్తరేఖాచిత్రాలను గీసి దత్తాంశాన్ని వ్యాఖ్యానించగలరు.	37

SCERT TELANGANA

ఆ) 10వ తరగతి ఫలితాలు – విశ్లేషణ :

- 10వ తరగతిలో 35% అంతకన్నా తక్కువ ప్రగతి చూపిన వారు 67% మంది పిల్లలు ఉన్నారు. 36% నుండి 50% ప్రగతిని 21% మంది పిల్లలు, 51–75% ప్రగతిని 10% పిల్లలు 76% ఆపైన ప్రగతిని 2% మంది పిల్లలు కనబర్చారు. మొత్తం 51% ఆపైన ప్రగతిని చూపిన పిల్లలు కేవలం 12% మాత్రమే ఉన్నారు.

తరగతి	35% వరకు ప్రగతి చూపినవారి శాతం	36 నుండి 50 వరకు ప్రగతి చూపనవారి శాతం	51 నుండి 75 వరకు ప్రగతి చూపిన వారి శాతం	76 నుండి 100వరకు ప్రగతి చూపిన వారి శాతం
10	66.91	20.51	10.31	2.27

- రాష్ట్రంలలోని 31 జిల్లాల్లో కేవలం 13 జిల్లాల పిల్లలు మాత్రమే కనీసం 35% ప్రగతి కన్నా కొంచెం ఎక్కువ ప్రగతిని మాత్రము ప్రదర్శించగలిగారు. 18 జిల్లాల పిల్లలు 35% కన్నా తక్కువ ప్రగతిని కనబర్చారు. రాష్ట్రంలో 10వ తరగతి పబ్లిక్ పరీక్షల ఫలితాలలో 31 జిల్లాలు కూడా కనీసం 50% పైగానే ప్రగతి కనబర్చిన, NAS లో 50% కన్నా తక్కువ ప్రగతి కనబర్చడం ఆలోచించాల్సిన అంశం.

- 10వ తరగతి NAS పరీక్షలో బాలురు 34.48% ప్రగతిని కనబరిస్తే, బాలికలు 34.03% ప్రగతిని కనబర్చారు. వీరిద్దరి మధ్య ప్రగతిలో పెద్ద తేడాలేదు. ఇంచుమించుగా బాలురు, బాలికలు సమాన ప్రగతినే కనబర్చారు.

- గ్రామీణ ప్రాంత పిల్లలు (33.57%) కన్నా పట్టణ ప్రాంత పిల్లలు (35.99%) కొంచెం ఎక్కువ ప్రగతి (2%)ని 10వ తరగతి NASలో కనబర్చారు. గ్రామీణ ప్రాంత పిల్లలు ప్రగతిని కనబరచడంలో ఎందుకు వెనుకబడుతున్నారో ఆలోచించాలి.

- 10వ తరగతి NAS ఫలితాలలో ప్రభుత్వ (31.85%), ప్రైవేటు (38.60%) పాఠశాలలను పరిశీలిస్తే ప్రగతి శాతం వ్యత్యాసం 7%గా ఉంది. ఒక్క హైద్రాబాదు మినహా అన్ని జిల్లాల్లో కూడా ప్రభుత్వబడుల్లో పిల్లలకన్నా ప్రైవేటు పాఠశాలల్లో చదివే పిల్లలే ఎక్కువ ప్రగతిని కనబర్చారు. అయితే ప్రభుత్వ ఎయిడెడ్ పాఠశాలల్లో చదివే పిల్లలు ఇంకా అతి తక్కువ ప్రగతిని కనబర్చారు.

- రాష్ట్రస్థాయిలో 10వ తరగతి గణితములో పిల్లలు సాధించిన ప్రగతి 34.22%, అయితే పిల్లల ప్రగతిని గణితంలో వివిధ రంగాల వారీగా పరిశీలించినపుడు ఇలా ఉన్నాయి.

- అన్నింటికన్నా ఎక్కువ ప్రగతిని త్రికోణమితి 36.59%, సంభావ్యత 36.55% అంశాలలో చూపిస్తే, అన్నింటికంటే తక్కువ ప్రగతి వైశ్లేషిక రేఖాగణితంలో 29.18% కనబర్చారు.

- బీజగణితంలో 35.63%, జ్యామితీలో 33.95%, సంఖ్యావ్యవస్థలో 33.83%, సాంఖ్యకశాస్త్రంలో 33.12%, క్షేత్రమితిలో 32.60% ప్రగతిని కనబర్చారు.

SCERT TELANGANA

- గణితంలో ప్రగతి శాతం 35% కన్నా తక్కువ ఉన్నప్పటికి త్రికోణమితి, సంభావ్యత, బీజగణిత అంశాలలో సరాసరి ప్రగతి 35% కన్నా ఎక్కువ కనబర్చారు.
- బీజగణితంలో 10 జిల్లాలు 35% కన్నా ఎక్కువ ప్రగతిని కనబరిస్తే, త్రికోణమితితో 19 జిల్లాలు, సంభావ్యతలో 18 జిల్లాలు 35% కన్నా ఎక్కువ ప్రగతి కనబర్చాయి.
- వైశ్లేషిక రేఖా గణితంలో అతి తక్కువ ప్రగతి 29.18% ఉన్నప్పటికి రెండు జిల్లాలో మాత్రము 35% కన్నా ఎక్కువ ప్రగతిని చూపాయి.
- క్షేత్రమితి, జ్యామితి, సంఖ్యావ్యవస్థ, సాంఖ్యాకశాస్త్రంలో ప్రగతి 35% కన్నా తక్కువ ఉన్నప్పటికి క్షేత్రమితిలో 7 జిల్లాలు, జ్యామితిలో 11 జిల్లాలు, సాంఖ్యాకశాస్త్రంలో 7 జిల్లాలు, సంఖ్యావ్యవస్థలో 12 జిల్లాలు మాత్రము 35% కన్నా కొంచెం ఎక్కువ ప్రగతిని ప్రదర్శించాయి.
- వైశ్లేషిక రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి, సాంఖ్యకశాస్త్రం, సంఖ్యావ్యవస్థలోని అంశాలు పిల్లలు చాలా సులువుగా చేయగలరని ఉపాధ్యాయులు అభిప్రాయం వ్యక్తపరుస్తున్నప్పటికి ఈ అంశాలలో పిల్లలు సరైన ప్రగతిని కనబర్చకపోవడం ఆలోచించాల్సిన అంశం.

నేషనల్ అచీవ్‌మెంట్ సర్వే పరీక్ష ఫలితాల్లో గమనించదగ్గ అంశాలు :

- గణితంలో 3, 5, 8, 10 తరగతుల ఫలితాలను విశ్లేషిస్తే తరగతి పెరిగిన కొలది పిల్లల ప్రగతి తగ్గుతూపోవడం సీరియస్‌గా ఆలోచించాల్సిన అంశం. అభ్యసన ఫలితాలు, వాటి స్థాయి పెరుగుతూ ఉంటే పిల్లలు వాటిలో వెనుకబడడానికి గల కారణాలు ఉపాధ్యాయులు విశ్లేషించాల్సిన అవసరం ఉంది.
- కింది నుండి పై స్థాయి వరకు అభ్యసన ఫలితాలు ఒక క్రమపద్ధతిలో, ఒక దానితో ఒకటి అనుసంధానం కల్గి ఉన్నపపటికి వాటి సాధన ఎందుకు కష్టమవుతుందో ఉపాధ్యాయులు ఆలోచించాల్సిన అవసరం ఉంది.
- 3, 5 తరగతుల్లో కొన్ని అభ్యస ఫలితాల్లో 70% పైగా ప్రగతిని కనబరచినప్పటికి అదే అభ్యసన ఫలితానికి చెందిన పై తరగతి సామర్థ్యాలలో అతి తక్కువ ప్రగతిని కనబర్చడం గమనించడమైంది.
- ఉన్నత స్థాయిలో 8, 10 తరగతుల్లో కొత్తగా చేర్చిన విషయాంశాలలో ఎక్కువ ప్రగతి కనబర్చినప్పటికి కింది స్థాయితో ముడిపడి ఉన్న విషయాంశాలలో తక్కువ ప్రగతి కనబర్చడం.

  ఉదా:- త్రికోణమితి, సంభావ్యతలో ఎక్కువ ప్రగతి కనబరిస్తే, సంఖ్యాకశాస్త్రం, జ్యామితీ, సంఖ్యావ్యవస్థ మొదలగు వాటిలో తక్కువ ప్రగతి కనబర్చడం.
- భిన్నాలు, దశాంశ భిన్నాలు, శాతాలు, వైశ్లేషిక రేఖాగణితం, తార్కికతతో కూడ రీజనింగ్ అంశాలలో కూడా అతి తక్కువ ప్రగతిని కనబర్చడం.
- బీజీయ న్యాయాలు ఉపయోగించి సమస్యలు సాధించే పిల్లలు 50% ఉన్నప్పటికి బీజీయ సమాసాల కూడిక, తీసివేత సమస్యలు సాధించే వారు 39%మే ఉండడం.
- గ్రాఫ్‌లను, పటాలు విశ్లేషించి సమస్యలు సాధించడం వంటి వాటిలో తక్కువ ప్రగతి కనబరచడం.

నేషనల్ అచీవ్‌మెంటు సర్వే – NAS - 10వ తరగతి (SSC) – పిల్లల ప్రగతి – వివరాలు

గణితం

S.No.	Name of the Dist.	0-35%	36-50%	51-75%	76-100%
1.	Mahaboobnagar	69.17	18.57	10.73	1.53
2.	J.Gadwal	72.54	17.61	9.66	0.19
3.	Wanaparthy	76.48	17.38	5.52	0.62
4.	Nagar Kurnool	73.91	18.80	6.57	0.73
5.	Ranga Reddy	58.22	23.06	14.37	4.35
6.	Medchal	54.06	25.46	15.31	5.17
7.	Vikarabad	83.87	12.33	3.42	0.38
8.	Hyderabad	59.32	22.81	14.45	3.42
9.	Medak	76.86	17.67	5.30	0.18
10.	Sanga Reddy	57.19	23.22	15.25	4.33
11.	Siddipet	54.98	25.83	16.61	2.58
12.	Kama Reddy	67.90	22.14	9.23	0.74
13.	Nizamabad	63.10	24.42	11.41	1.07
14.	Adilabad	68.33	20.74	9.07	1.85
15.	Nirmal	75.00	17.04	7.04	0.93
16.	K.b. Asifabad	78.84	15.36	5.43	0.37
17.	Manchiryal	60.98	23.14	12.94	2.94
18.	Karimnagar	50.42	25.42	17.29	6.88
19.	Peddapalli	61.54	23.49	12.47	2.49
20.	Jagityala	77.53	14.37	7.09	1.01
21.	R.Siricilla	62.45	21.52	13.50	2.53
22.	Warangal (R)	70.35	17.75	10.82	1.08
23.	Warangal (U)	46.47	28.63	15.69	9.22
24.	P.J.Bhupalapally	68.50	22.75	7.50	1.25
25.	Jangaon	64.84	23.58	10.37	1.22
26.	Mahaboobabad	70.22	19.33	8.28	2.17
27.	Khammam	68.61	19.36	7.89	4.14
28.	Bhadradri	74.76	17.33	6.97	0.94
29.	Nalgonda	68.60	18.41	10.85	2.13
30.	Suryapet	64.89	20.12	12.03	2.96
31	Yadadri	73.31	18.80	6.77	1.13
	State	**66.91**	**20.51**	**10.31**	**2.27**

SCERT TELANGANA

రంగం (అంశం) వారీగా పిల్లలు సాధించిన ప్రగతి (సరిగా చేసిన %) - 10వ తరగతి

గణితం

S.No.	Name of the District	Maths	బీజగణితం Algebra	వైశ్లేషిక Co-ordinating Geometry	క్షేత్రమితి Mensuration	జ్యామితీ శాస్త్రం Geometry	సాంఖ్యాక Statistics	త్రికోణమితి వ్యవస్థ Trignometry	సంఖ్యా Number System	సంభావ్యత Probability
1.	Mahaboobnagar	33.42	34.81	30.49	31.82	32.18	33.37	35.07	35.21	36.94
2.	J.Gadwal	32.35	34.30	27.08	31.23	32.58	30.50	33.33	29.73	32.95
3.	Wanaparthy	30.76	32.33	24.68	28.83	32.03	28.29	30.29	29.86	32.75
4.	Nagar Kurnool	30.98	31.43	27.62	29.38	31.08	31.47	34.69	27.68	30.29
5.	Ranga Reddy	37.73	39.87	32.07	35.02	37.29	35.44	41.71	36.14	42.19
6.	Medchal	39.19	41.62	33.89	37.58	38.58	36.94	42.23	36.69	42.34
7.	Vikarabad	28.56	30.27	22.58	27.52	28.56	27.58	28.79	27.77	30.14
8.	Hyderabad	37.24	39.20	34.73	35.16	35.31	36.38	42.23	36.47	41.41
9.	Medak	30.55	31.93	24.68	30.59	29.69	30.86	31.03	32.01	31.57
10.	Sanga Reddy	37.82	38.46	32.81	35.65	36.21	38.20	43.42	42.26	41.65
11.	Siddipet	38.18	39.79	33.33	35.01	36.88	39.10	42.87	39.30	39.88
12.	Kama Reddy	32.69	33.85	28.47	31.23	31.63	32.14	35.43	34.07	36.90
13.	Nizamabad	34.30	34.45	29.89	32.85	34.07	33.89	38.08	33.69	38.09
14.	Adilabad	33.23	34.74	27.22	31.87	32.44	32.31	35.82	35.00	36.54
15.	Nirmal	31.20	32.92	26.67	30.82	31.22	29.38	31.06	31.79	31.30
16.	K.b. Asifabad	29.51	30.11	25.53	28.77	29.36	28.74	30.29	30.62	32.27
17.	Manchiryal	36.39	37.80	29.74	34.05	35.62	34.84	41.46	35.59	41.83
18.	Karimnagar	40.74	42.45	35.63	37.03	40.60	38.99	44.83	40.63	44.58
19.	Peddapalli	35.98	37.61	30.49	32.8	35.97	34.24	39.29	38.63	36.69
20.	Jagityala	30.93	31.94	27.13	30.31	31.58	29.60	30.52	29.72	33.27
21.	R.Siricilla	35.55	35.81	31.22	32.38	35.86	34.50	40.15	35.97	38.36
22.	Warangal (R)	32.90	34.97	26.19	31.83	33.93	29.49	33.41	29.40	35.10
23.	Warangal (U)	42.49	45.20	37.65	39.44	41.00	40.34	48.16	44.28	43.63
24.	P.J.Bhupalapally	33.18	34.78	25.00	32.13	34.08	32.43	32.94	32.58	34.08
25.	Jangaon	34.17	34.44	30.49	32.04	34.70	33.84	36.61	35.16	33.50
26.	Mahaboobabad	32.95	33.85	28.40	30.72	33.40	31.85	35.06	31.95	34.98
27.	Khammam	34.49	36.66	29.57	33.62	34.55	32.24	35.29	30.48	37.41
28.	Bhadradri	32.25	33.78	26.62	32.60	31.82	31.56	33.47	29.57	32.77
29.	Nalgonda	34.20	35.57	27.78	33.35	33.97	32.95	36.09	34.11	36.72
30.	Suryapet	35.36	36.93	28.73	34.13	35.33	33.76	38.05	33.66	37.97
31	Yadadri	31.88	33.15	27.51	30.65	32.45	30.88	32.37	28.48	34.59
	State	**34.22**	**35.63**	**29.18**	**32.60**	**33.95**	**33.12**	**36.59**	**33.83**	**36.55**

10వ తరగతి గణితం – లింగం, గ్రామీణ, పట్టణ, యజమాన్యాల వారీగా పిల్లల ప్రగతి

క్ర.సం.	జిల్లా పేరు	బాలురు % సరిగాచేసినవి	బాలికలు % సరిగాచేసినవి	గ్రామీణ % సరిగాచేసినవి	పట్టణ % సరిగా	ప్రభుత్వ % సరిగాచేసినవి	ప్రభుత్వ–ఎయిడెడ్ % సరిగాచేసినవి	ప్రైవేటు % సరిగాచేసినవి
1.	Mahaboobnagar	32.84	33.99	31.62	37.28	31.77	25.42	38.74
2.	J.Gadwal	33.83	31.11	32.19	32.97	29.84	27.29	38.46
3.	Wanaparthy	31.11	30.52	30.76	30.78	28.91	-	36.65
4.	Nagar Kurnool	31.51	30.58	30.76	31.46	29.32	-	35.41
5.	Ranga Reddy	37.68	37.78	33.38	40.90	29.66	-	41.01
6.	Medchal	38.40	39.91	34.64	40.41	29.91	-	41.11
7.	Vikarabad	29.82	27.51	27.87	30.89	27.10	32.41	34.54
8.	Hyderabad	39.04	35.82	48.17	37.03	40.70	29.83	37.33
9.	Medak	31.25	29.94	30.65	29.37	29.54	25.95	38.46
10.	Sanga Reddy	37.75	37.88	38.03	37.30	36.23	-	40.75
11.	Siddipet	36.76	39.34	37.33	40.36	37.15	-	42.24
12.	Kama Reddy	33.63	31.95	32.49	34.00	31.81	-	36.11
13.	Nizamabad	33.97	34.63	33.85	35.34	32.57	35.68	35.99
14.	Adilabad	33.11	33.31	33.68	32.10	32.91	27.14	34.57
15.	Nirmal	31.10	31.29	31.13	31.34	30.32	-	32.85
16.	K.b. Asifabad	31.30	28.12	28.60	33.78	28.36	36.02	34.82
17.	Manchiryal	36.14	36.58	37.39	34.64	35.75	37.78	37.29
18.	Karimnagar	41.05	40.44	38.73	43.47	35.74	30.27	45.45
19.	Peddapalli	36.83	35.37	34.92	37.39	32.50	24.44	39.86
20.	Jagityala	30.47	31.27	29.97	32.83	29.18	-	33.89
21.	R.Siricilla	35.14	35.86	35.05	36.75	34.39	-	38.76
22.	Warangal (R)	34.50	31.69	32.49	37.35	29.93	-	38.84
23.	Warangal (U)	43.03	41.98	39.06	43.44	36.70	37.33	45.87
24.	P.J.Bhupalapally	31.66	34.48	33.34	31.67	31.02	-	40.51
25.	Jangaon	33.06	35.17	33.35	38.98	32.62	26.00	39.00
26.	Mahaboobabad	33.36	32.65	31.87	38.71	31.32	-	39.73
27.	Khammam	35.32	33.78	29.97	41.69	29.53	32.67	42.75
28.	Bhadradri	32.91	31.57	32.42	31.62	30.43	28.55	37.81
29.	Nalgonda	34.45	33.92	31.95	38.40	31.19	34.47	39.19
30.	Suryapet	35.99	34.74	33.70	38.98	31.61	30.83	41.54
31	Yadadri	31.93	31.83	31.23	34.61	29.46	-	37.11
	State	**34.48**	**34.03**	**33.57**	**35.99**	**31.85**	**30.71**	**38.60**

*****

SCERT TELANGANA

4. అభ్యసన ఫలితాల సాధన - వ్యూహాలు- తరగతి గది అన్వయం

గణితంలో అమలుపరచదగిన బోధనా వ్యూహాలు కొన్నింటిని గూర్చి చర్చించండి.

ఇపుడు అభ్యసన ఫలితాలను తరగతి గదిలో / తరగతి గదిబయట పిల్లలు సాధించడానికి వ్యూహాలను, కృత్యాలను నిర్మించగలమా? అవును, మనమందరమూ నిర్మించగల సామర్థ్యం గలవారమే.

అయితే పిల్లలు ఇష్టంగా, ఉత్సాహంగా కృత్యాల్లో పాల్గొంటు తమ అనుభవాల ద్వారా నూతన జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకుంటారు. ఈ సమయంలో పిల్లలు బహుళకోణాల్లో ఆలోచించగలగాలి, తమ పూర్వ జ్ఞానాన్ని వినియోగించుకోగలగాలి, తోటివారితో చర్చించగలగాలి, పాఠ్యపుస్తకంతో మరియు TLM, ఉపాధ్యాయుడు, సమవయస్కులతో ప్రతిచర్యలతో పాల్గొనగలగాలి.

అపుడే పిల్లలు తాము పొందవలసిన జ్ఞానాన్ని పొందడం ద్వారా అభ్యసన ఫలితాలను సాధించగలుగుతారు.

దీనికై
- మేథోమథనం (Brain Storming)
- చర్చ (Discussion)
- కృత్యాలు (జట్ల / వ్యక్తిగత / పూర్తి తరగతి) (Group activities / individual / whole class)
- పరిశీలనలు (Observation)
- ప్రయోగాలు (Experiments)
- ఆగమనచింతన (Inductive reasoning)
- నిగమనచింతన (Deductive reasoning)
- విశ్లేషణ (Analysis) మొదలగు కొన్ని వ్యూహాలు అమలుపరచవచ్చు.

అభ్యసన ఫలితాలను పిల్లలు సాధించుటకై అమలు పరచవలసిన వ్యూహాలు / కార్యక్రమాలు గురించి కొన్ని ఉదాహరణలు పరిశీలిద్దాం ! (మాదిరి తరగతి గది అన్వయం (Exemplar)ను పరిశీలించి చర్చిద్దాం.)

పై కొన్ని అభ్యసన వ్యూహాలను గురించి చర్చిద్దాం.

మేథోమథనం (Brain Storming) :-

"మేథోమథనం" వ్యూహాన్ని ముఖ్యంగా పిల్లలను ఆలోచింపజేయుటకు, వారి అభిప్రాయాలను తెలుసుకునేందుకు ఉపయోగిస్తాం.

SCERT TELANGANA

- అభ్యసన ప్రక్రియలలో పిల్లలకు ఏదేని నూతన భావన పరిచయం చేయుటకు, దానికి ముందు పిల్లలకు అవసరమయిన పూర్వభావనల గురించి ఏమేరకు తెలుసో పరిశీలించుటకు "మేథోమథనం" వ్యూహాన్ని ఉపయోగించవచ్చు.
- భావనల అవగాహన జరిగిన తర్వాత ఆ భావనతో ఇమిడిఉన్న సమస్యసాధనకు వివిధ పద్ధతుల గురించి ఆలోచింపజేయు సందర్భంలో లేదా నిజజీవితంలో ఆ భావన ఇమిడి ఉన్న సమస్యలు ఏయే సందర్భాలలో ఎదురవుతాయో ఆలోచింపజేయునపుడు మేథోమతనంను ఉపయోగించవచ్చు.

చర్చ (Discussion) :-

బోధన అభ్యసన ప్రక్రియలలో భాగంగా పిల్లలు నేర్చుకోబోయే భావనను పరిచయంచేయుటకు వివిధ సందర్భాలను పూర్తి తరగతిలో చర్చించడం.

- భావన అవగాహన సమయంలో పిల్లలు జట్లలో తోటి పిల్లలతో వివిధ అంశాలు, అనుభవాలను పంచుకుంటూ నూతన భావనను నిర్మించుకొనే సందర్భంలో చర్చలు జరుపవచ్చు.
- పిల్లలు వ్యక్తిగతంగా ఒక భావనపై తమ అవగాహనలో ఏదైనా లోపం ఉంటే సవరించుకొనుటకు వీలుగా వివిధ కృత్యాల్లో పాల్గొంటూ జట్లలో లేదా పూర్తి తరగతిలో చర్చల జరుపవచ్చు.

కృత్యాలు (Activities) :-

పిల్లలు స్వయంగా తరగతి గదిలో పాల్గొనగలిగితే వారు ఆలోచనలు ప్రారంభిస్తారు. ఇంకా కృత్యాలలో తోటి వారితో పాల్గొనడం వల్ల ఉత్సాహంగా అభ్యసించుటకు అవకాశం కలదు.

- "పనిచేయడం ద్వారా అభ్యసించడం" ద్వారా భావనలను అవగాహన చేసుకొనుటకు సులభమగును.
- ఒక భావనకు సంబంధించి జ్ఞాన నిర్మాణం చేసుకొనుటకు ముందుగా పిల్లలు తగిన పూర్వజ్ఞానాన్ని పొంది ఉన్నారా? లేదా? తెలుసుకొనుటకు కృత్యాలు నిర్వహించవచ్చు.
- భావనను అవగాహన చేసుకొనుటకు పిల్లలకు తగిన బోధనాభ్యసన సామాగ్రిని అందించి కృత్యాన్ని నిర్వహించవచ్చు.
- కృత్యాలను వాటి స్వభావాన్ని బట్టి వ్యక్తిగతంగా/జట్లలో/పూర్తితరగతిలో నిర్వహించవచ్చు.
- భావన పరిచయమునకు సంబంధించిన కృత్యాలు పూర్తితరగతిలో ఇంకా భావన అవగాహనకు సంబంధించిన కృత్యాలు జట్లలో/వ్యక్తిగతంగా నిర్వహించవచ్చు.

SCERT TELANGANA

- కృత్యాలు ఇచ్చేముందు వాటిని లక్ష్యాత్మకంగా రూపొందించుకొని తగు సూచనలను ఇచ్చి పిల్లలను కృత్యాలలో పాల్గొనేలా చూడాలి.
- పిల్లలందరూ స్వయంగా కృత్యాలలో పాల్గొని అనుభవాలు గడించేలా (తరగతి గదిలో/తరగతి గదిబయట) ప్రోత్సహించడం వల్ల గణిత భావనలను విస్తృతంగా అవగాహన చేసుకోగలరు.

పరిశీలన (Observation) :-

పిల్లల్లో పరిశీలన సామర్థ్యం ఎక్కువగా ఉంటుంది. పరిశీలనల ద్వారా గణిత భావనలు అవగాహన పరుచుకునే అవకాశం ఉంది.

- పరిసరాలలో పిల్లలు పరిశీలనలు జరపడం వల్ల సౌష్ఠవత సరూపకత లాంటి భావనలు అవగాహన చేసుకునే సందర్భం.
- తరగతి గదిలో బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలలో నల్లబల్లపై ఇవ్వబడిన క్రమాలను పరిశీలించడం ద్వారా భావనలను అవగాహన చేసుకోవడం.
- పిల్లలు తాము సాధారణీకరణలు చేయుటకు కొన్ని క్రమాలు, వస్తువులు, ఉదాహరణలు, వాటి ధర్మాలు, వాటి లక్షణాలు పరిశీలించడం చేయాలి.
- పిల్లలు తోటిపిల్లలతో చర్చించేక్రమంలో వారి సమస్యా సాధనా క్రమాన్ని పరిశీలించి తాము స్వయంగా సమస్యా సాదనకు సంసిద్ధులవుతారు.

ప్రయోగాలు (Experiments) :-

కొన్ని గణిత భావనలను అవగాహన చేసుకొనుటకు, కొన్ని జ్యామితీయ ఆకారాల ధర్మాలు, లక్షణాలు అవగాహన చేసుకొనుటకు ప్రయోగాలు చేయవలసి ఉంటుంది.

ఉదా॥ త్రిభుజంలోని అంతరకోణాల మొత్తం, బాహ్యకోణాల మొత్తం తెలుసుకొను సందర్భంలో

బీజీయ న్యాయాల జ్యామితీయ నిరూపణ చేయడంలో

- భావనలను అర్థవంతంగా నేర్చుకోవడంలో, తాత్విక చింతనను పెంపొందించుకొనుటకు
- తరగతి గదిలో బోధించిన భావన/విషయంను విస్తృతంగా అవగాహన చేసుకొనుటకు వీలయిన సందర్భాలలో ప్రయోగాలు చేయవలసి ఉంటుంది.
- ప్రయోగాలలో పాల్గొనడం వల్ల స్వీయ అనుభవాలు తద్వారా భావనపై పట్టు కలిగి వినియోగితా సామర్థ్యం పెంపొందించుకుంటారు.

SCERT TELANGANA

ఆగమన చింతన (Inductive reasoning) :-

గణిత అభ్యసనలో ముఖ్యమైనది ఇది. ప్రత్యేక అంశం నుండి సార్వత్రికతకు దారి తీసేది ఆగమన చింతన.

- క్రమాలను పరిశీలించడం.
- క్రమాలలోని ఇమిడిఉన్న నియమాన్ని (తర్కములో కూడిన వాదన నేర్పరుచుకోవడం ద్వారా) గుర్తించడం.
- ఆ నియమాన్ననుసరించి క్రమాన్ని కొనసాగించగలగడం.
- తద్వారా సాధారణీకరణ చేయగలగడం.
- సూత్రీకరణ చేయగలగడం.

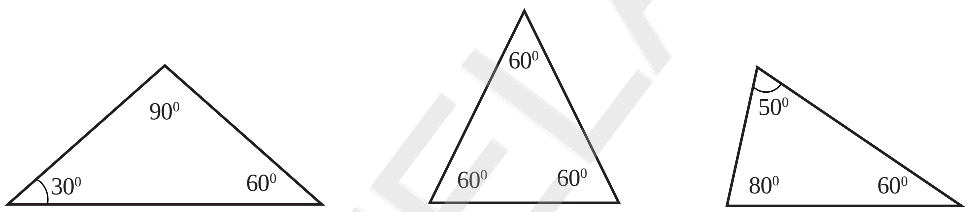
ఈ వ్యూహం పిల్లలు పూర్తి తరగతిలో విషయాన్ని చర్చిస్తూ వస్తువులను, క్రమాలను పరిశీలింపజేస్తూ నిర్వహించవచ్చు. లేదా జట్లలో (చిన్న గ్రూపుల్లో) నిర్వహించవచ్చు.

ఉదా: 1) $2 = 2$ $\qquad$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$

$2 \times 2 \times 2^2$ $\qquad$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \ldots$ (10 సార్లు) $= 2^{10}$

$2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $\qquad$ $a \times a \times a \ldots$ (50 సార్లు) $= ?$

2. త్రిభుజాలలోని అంతర కోణాలను కొలిచి చూడడం ద్వారా



(i) $\qquad$ (ii) $\qquad$ (iii)

$90^0 + 30^0 + 60^0 = 180^0$ $\qquad$ $60^0 + 60^0 + 60^0 = 180^0$ $\qquad$ $50^0 + 80^0 + 60^0 = 180^0$

త్రిభుజంలోని అంతరకోణాల మొత్తం $= 180^0$ అని సాధారణీకరణచేయడం.

3. $1 = 1$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + \ldots\ n = n^2$గా సాధారణీకరించగలగడం.

SCERT TELANGANA

నిగమన చింతన (Deductive reasoning) :–

సార్వత్రిక నుండి ప్రత్యేకాంశమునకు దారి తీయడం ఇందులోని ప్రత్యేకత. ఒక నూతన భావనను అవగాహన చేసుకొనుటకు అంతకు ముందు సాధారణీకరణ చేసిన భావనలను ఉపయోగించుకోవడం.

ఉదా: 1) $a^0 = 1\ (a \neq 0)$ అనే అవగాహన చేసుకొనుటకు అంతకు ముందు చేసిన సాధారణీకరణలను ఉపయోగించడం.

$$\frac{a^m}{a^m} = \frac{a \times a \times a \times ......(m \quad)}{a \times a \times a \times a \times .....(m \quad)} = 1 = a^{m-m} = a^0 = 1$$

- తరగతి గదిలో పిల్లలు బోధనాభ్యసన ప్రక్రియల్లో పాల్గొనే సమయంలో నూతన భావనల అవగామన అవసరమైన సూత్రాల ద్వారా (సాధారణీకరణల ద్వారా) కొత్త సూత్రాలను ఉత్పాదించగలిగేలా ప్రోత్సహించాలి.

ఉదా: స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం కనుగొను సందర్భంలో దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం సూత్రాన్ని ఉపయోగించడం.

Mind map :-

- పిల్లలు ఒక భావన గురించి చర్చించు సందర్భంలో
- లేదా ఒక భావన అవగాహన చేసుకొనుటకు ఉపయుక్తమగు పూర్వభావనల గుర్తింపు సందర్భంలో
- తాము అభ్యసించిన అంశాన్ని పునర్వమర్శ చేసుకొను సందర్భంలో
- ఒక విషయం / భావనకు సంబంధించిన సాధారణీకరణలు, సూత్రాలను వాటిలోని అంశాలను గురించి వాఖ్యానించు సందర్భంలో "Mind map"ను ఉపయోగిస్తాం.

ఇక కొన్ని అభ్యసన ఫలితాలు తరగతి గదిలో ఎలా సాధించగలమో కొన్ని ఉదాహరణల ద్వారా చర్చిద్దాం.

*****

SCERT TELANGANA

(i) Multiplies algebraic expressions (Class VIII)

1. **Learning outcome :** Multiplies algebraic expressions.
2. **Identification of related concept**
   - Multiplication of monomial with monomial.
   - Multiplication of monomial with binomial.
   - Multiplication of binomial with binomial.

   i. **Prerequisites:**
      - Algebraic expression, like terms, unlike terms, monomial and binomial.
      - Coefficient
      - Laws of Indices
      - Distributive property.
3. **Pedagogical Process :** Contexts are provided to make learner understand the need for multiplying a monomial with a monomial, a monomial with a binomial and a binomial with a binomial and also to asses the prerequisite abilities of the learner.

   There are some bananas and some mangoes in a Basket. The cost of each banana is Rs.3/- and the cost of each mango is Rs.10/- what is the total cost of the Basket? ($3x + 10y$).

Activity-1 (Group activity or whole classroom activity)

- Add x mangoes to the number you assumed

  ($3x$ or $x + a$)
- Add y bananas to the number you assumed

  ($2y$ or $y + b$)
- Can you find the total number of bananas and mangoes in the basket now ?
- Can you write in expression form?
- Write the coefficients of the thus formed (2 or 1)

  $a + a + a =$______. $a \times a \times a =$ ______
- Which of the following is correct?

  A) $2 (3 + 5) = 2 \times 3 + 5 \times 3$ B) $2 (3 + 5) = 2 \times 3 + 2 \times 5$

  C) $2 (3 + 5) = 2 \times 3 + 5 \times 5$ D) $2 (3 + 5) = 3 \times 3 + 2 \times 5$
- What do you say about the value of $a (b + c)$?

SCERT TELANGANA

i) Conceptual understanding

Group Activity 2 :

Observe the following figures and evaluate their areas.

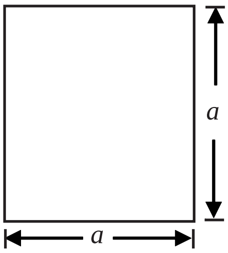


Fig. 1

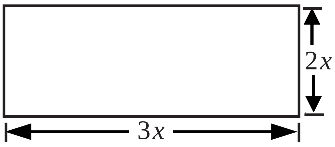


Fig. 2

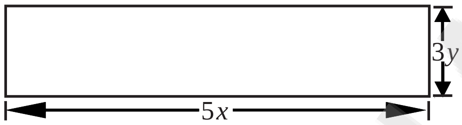


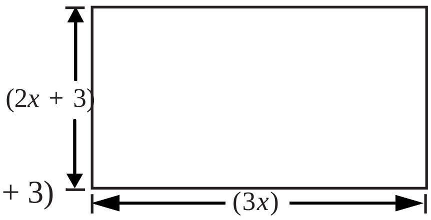
Fig. 3

- Let the students are asked the following questions in their respective groups
- From the above figures (1), (2) and (3)
  - ☞ What do you say about a, $3x$, $2x$, $5x$ and $3y$? (monomials)
  - ☞ What are the coefficients of a^2, bx^2 and $15xy$?
  - ☞ What is the exponent or index in $6x^2$?
  - ☞ What are the exponents of x and y in $15xy$?
  - ☞ Are z^2, $6x^2$ and $15xy$ monomials or not? Justify.

Through discussions they explore as follows.

A monomial multiplied by a monomial always gives a monomial.

Group Activity 3 :



- Increase the $2x$ by 3 in Fig (2).
- Now its measurements are $3x$ and $(2x + 3)$
- The area of the adjacent figure is $3x \times (2x + 3)$
- In the above expression, identify monomial and binomial.
- Four flash cards are supplied to the groups and asked to simplify the expressions given on the cards.

eg: 1) $a \times 3a$ _____

2) $x (x + 2)$ _____

3) $3x (x + y)$ _____

4) $p (q - 3)$ _____

They are asked to display on charts.

Material required

1) Flash cards
2) Charts

From the above observations, what is the end product if a monomial is multiplied by a binomial?

- Product of a monomial and a binomial is ____________

SCERT TELANGANA

- By their discussion students will be able to conclude as below.

A monomial multiplied by a binomial always gives a "binomial".

Group Activity 4 :

- Increase the Measurement of square by 2 and 3 to form a rectangle.
- Asked to find its area.
- The area of fig (4) is $(a + 3) \times (a + 2)$.
- In the above expression, identity the binomials.

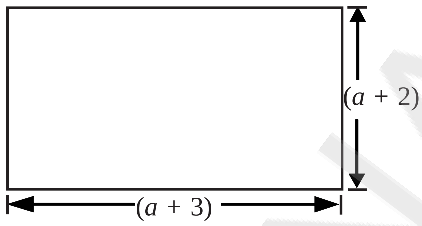


Fig. 4

- Apply the distributive law to the above expression and form the algebraic expression.
- Let them be given 4 or 5 flash cards asked to discuss among the groups and to present charts from the algebraic expressions thus formed, what is the end product of these Binomials?

The product of two Binomials need not be always a Binomial.

Material required :

1) Flash cards
2) Charts

4. Procedural knowledge :

Group Activity 5 :

- Let the students be formed into 4 or 5 groups
- They will be supplied with set of flash cards each card is represented are expressed in terms of monomials. Asked to find the area of each rectangle for the given dimension.
- Through group discussion, each group find the area of the rectangles and express it in the form of algebraic expressions.
- Each group will present on charts in the form of tables.

They will try to find the reasons.

Sl.No.	Area	Algebraic expression	No. of terms
1.			
2.			
3.			
4.			

Material required

1) Flash Cards
2) Charts

Problems (suggested)

1) $3y(x - y)$ 2) $x(x - 3)$ 3) $x(x + y)$ 4) $(x + 1)(x - 3)$

Note : Find the number of terms and ask them present on their respective charts. Is number of terms in the product of algebraic expressions thus formed are same why? Try to findout the reasons.

5. Possible evidences :

Students would be able to form an Algebraic expression through different context situations. Concludes the product of two monomials and a monomial with a binomial by observing the process and patterns of multiplication of two monomials and a monomial with a binomial.

Solve the problem as the product of two binomials based on principles of a monomial with a monomial, a monomial with a binomial and distributive property.

6. Self Assessment (Rubrics)

Criteria	Excellent	Average	Minimal	Needs improvement
Preconcepts of algebraic expression				
Areas of plane figures				
Multiplication of bionomials				
Application to real life situation				

7. Extended activity :

Students are given 2 or 3 questions based on real life situation in order to enhance the multiplication of different Algebraic expressions.

1) The speed of a car is $(u + 5t)$ m/s. Find the distance covered by a car in " t " seconds.
2) The field is in the shape of a parallelogram whose height and base are $(x + 2)$ and $(x + 2)$ respectively. Find its area in terms of 'x'.

HOTS

Observe the following statements.

I) $x(x - 3) = 2x - 3$ II) $\underline{x}(x - 3) = x^2 - 3$

III) $x(x - 3) = x - 3x^2$ IV) $x(x - 3) = x2 - 3x$

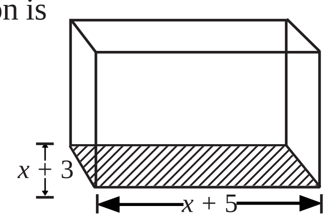
1. Which of the following is " CORRECT " ?

A) Only I B) Only II C) Only III D) Only IV

2. From the adjacent figure the area of the shaded rectangle portion is

A) $x^2 + 5x + 8$ B) $x^2 + 3x + 15$ ( )

C) $x^2 + 8x + 15$ D) $x^2 + 3x + 8$



*****

(ii) భిన్నముల సంకలనం మరియు వ్యవకలనంలతో ఇమిడి ఉన్న నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధించగల్గడం (Class VI)

1. **అభ్యసన ఫలితం (Learning outcome) :–** పిల్లలు భిన్నముల సంకలనం మరియు వ్యవకలనంలతో ఇమిడి ఉన్న నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధించగలగడం.

2. **సంబంధిత భావనలు, పూర్వభావనలను గుర్తించడము (Identification of related concept and pre requisites) :–**

   ◆ **భావనలు :**

   ○ భిన్నముల సంకలనం ○ భిన్నముల వ్యవకలనం

   ◆ **పూర్వ భావనలు :**

   ○ సంఖ్యాభావన పై అవగాహన కల్గిఉండడం.

   ○ సంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనం (సమూహాలలో)

   ○ వస్తువులను సమాన భాగాలుగా పంచడం, ఎన్నుకున్న భాగాన్ని గణిత రూపంలో (భిన్న రూపంలో) రాయగలగడం.

   ○ సంఖ్యల క.సా.గు. (LCM)

   ○ గుణకార భావన; భాగహార భావన

   ○ భిన్నములలో రకాలు (క్రమ భిన్నం, అపక్రమ భిన్నం, మిశ్రమ భిన్నం)పై అవగాహన కల్గించడం.

   ○ సజాతి భిన్నము, విజాతి భిన్నములపై అవగాహన కల్గి ఉండడం.

3. **బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ (Pedagogical Process) :–** వివిధ సందర్భాలు / వ్యాసక్తుల ద్వారా సంఖ్యాభావన, సంఖ్యల సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగాహారం ప్రక్రియలకు సంబంధించిన అవగాహన పిల్లలు ఏ మేరకు కల్గి ఉన్నారో పరిశీలించడం. భిన్నాలు కూడా సంఖ్యలే అని పిల్లలకు పరిచయం చేయాలి.

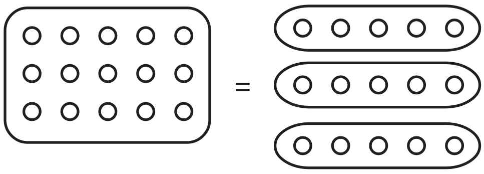
   CLP (Concept Ladder Process) ద్వారా పిల్లలస్థాయిని అంచనావేసి ప్రస్తుత తరగతి అభ్యసనకు సిద్ధం చేయాలి.

   పూర్వభావనల సాధనకై కృత్యాలు : పిల్లలు భిన్నంల సంకలనం, వ్యవకలనంను అవగాహన చేసుకొనుటకు ముందుగా అవుసరమైన పూర్వభావనలు ఏ మేరకు కల్గిఉన్నారో తెలుసుకొనుటకు కింది కృత్యాలు నిర్వహించాలి.

☆ **కృత్యం – 1**

– భిన్నము యొక్క భావనను అవగాహన పరచడం.

రాముడవద్ద 15 బిస్కట్లు గలవు. వాటిని తన ముగ్గురు స్నేహితులకు సమానంగా పంచగా ఒక్కొక్కరికి ఎన్నెన్ని బిస్కట్లు వచ్చును? అది మొత్తంలో ఎంత భాగం?



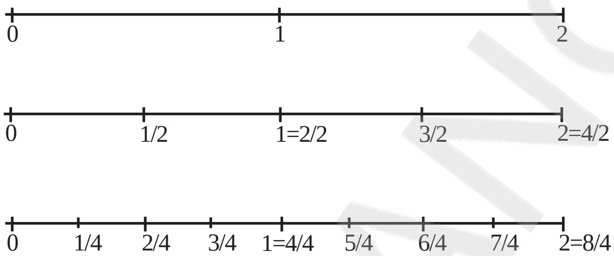
= ఇందులో ఒక భాగం $\frac{5}{15}$ అనగా $\frac{1}{3}$ భాగం

3 సమాన గ్రూపులు – ఒక్కొక్కరికి 5 బిస్కెట్లు

పై విధంగా కృత్యాన్ని వివిధ సందర్భాలకు అన్వయిస్తూ మొత్తం రాశిని సమాన భాగాలుగా విభజిస్తూ (అవసరమైనన్ని) ఒక్కొక్క భాగంను భిన్న రూపంలో రాయగలిగేలా పిల్లలను ప్రోత్సహించడం. దీనిని పూర్తి తరగతిలో లేదా కృత్యాలుగా నిర్వహించవచ్చు.

☆ కృత్యం – 2 (పూర్తి తరగతి/జట్టు కృత్యం)

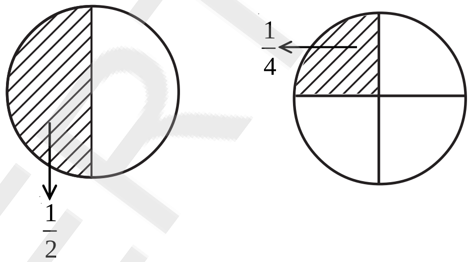
– సంఖ్యారేఖ పై గుర్తించడం ద్వారా భిన్నంను అవగాహన పరచడం.



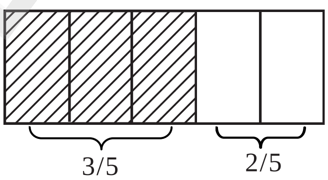
పై సంఖ్యారేఖలను సమాన భాగాలుగా విభజిస్తూ మొత్తంలో ఎన్నుకున్నది ఎంతభాగమో పిల్లలకు అవగాహనపరుస్తూ భిన్న భావనను పరిచయం చేయడం.

☆ కృత్యం – 3 (పూర్తి తరగతి/జట్టు కృత్యం)

– ఒక వస్తువును సమాన భాగాలుగా విభజించి భాగాలను గుర్తించడం ద్వారా భిన్న భావనను అవగాహన పరచుకోవడం.



ప్రక్కపటంలో రంగువేసిన భాగం, రంగువేయని భాగాలను గుర్తింపచేసి భిన్న రూపంలో రాయడాన్ని / వ్యక్తపరచడాన్ని అవగాహన పరచడం.

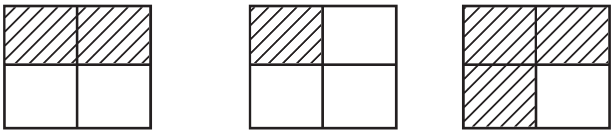


(ప్రక్కపటంలో రంగు వేసిన, రంగు వేయబడిన భాగంను గుర్తింపచేయడం)

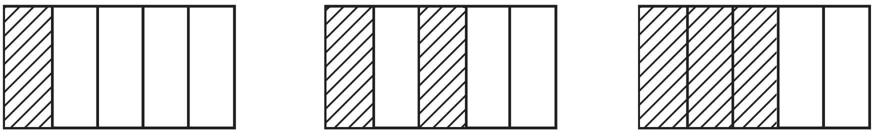
SCERT TELANGANA

☆ **కృత్యం – 4 (పూర్తి తరగతి/జట్టు కృత్యం)**

(i)

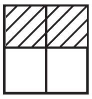
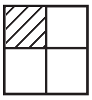
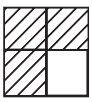


(ii)



పై విధంగా వివిధ సందర్భాల ద్వారా (i)లో ఇచ్చిన పటాలకు రంగు వేసిన, వేయబడని భాగాలను భిన్న రూపంలో వ్యక్తపరచండి. అవి వరుసగా

4. Procedural Knowledge :- కింది పటాలు పరిశీలించండి.

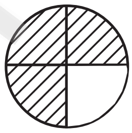
	రంగు వేసిన భాగం	వేయబడని భాగం
	$\frac{2}{4}$	$\frac{2}{4}$
	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

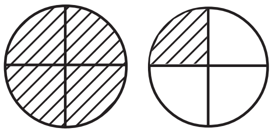
అదే విధంగా (ii)లో ఇచ్చిన పటాలకు రంగువేసిన భాగం, రంగువేయబడని భాగాన్ని గుర్తించమనండి. వ్యక్తపరచమనండి.

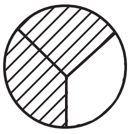
తద్వారా ఆ భిన్నాలలో హారాలను పరిశీలింపజేయడం ద్వారా సజాతి భిన్నాలను అవగాహన పరచుకొనేలా ప్రోత్సహించడం. అదే విధంగా వివిధ హారాలు కలిగిన భిన్నాలను నల్లబల్లపై రాసి విజాతి భిన్నాల భావనను అవగాహన పరచుకునేలా ప్రోత్సహించండి.

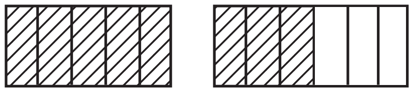
☆ **కృత్యం – 5**

– క్రమ, అపక్రమ, మిశ్రమ భిన్నాలను అవగాహన చేసుకునేలా పూర్తితరగతి/జట్లలో కృత్యాలను నిర్వహించడం. ఇచ్చిన భిన్నాలకు పటరూపాలు గీయమనడం.

$\frac{3}{4}$ = 

$\frac{5}{4}$ =  = $1\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3}$ = 

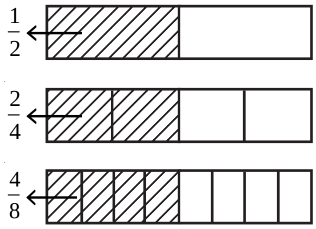
$\frac{8}{5}$ =  = $1\frac{3}{5}$

SCERT TELANGANA

⋆ కృత్యం – 6

– సమాన భిన్నములు అనే భావన అవగాహన పరచుకొనుటకు కృత్యాన్ని నిర్వహించడం.

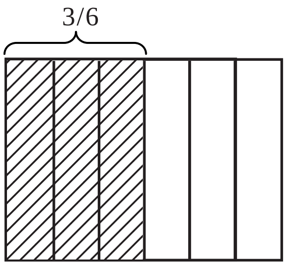
(i) Paper folding activity

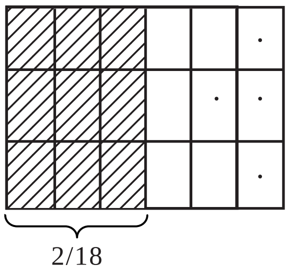


(ii) ఇచ్చిన భిన్నాలను పరిశీలింపచేయడం ద్వారా ఒక భిన్నంలోని లవం, హారంలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించడం ద్వారా సమాన భిన్నాలు రాయగమని పిల్లలు అవగాహన చేసుకోగలగడం.

$$\rightarrow \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

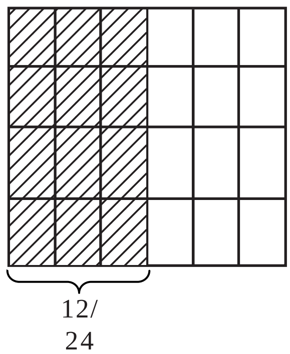
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{1} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4} \times \frac{2}{2} = \frac{4 \times 2}{8 \times 2}$$





$$\rightarrow \frac{3}{6} = \frac{3 \times 2}{6 \times 2} = \frac{3}{6} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6} \times \frac{4}{4}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{6}{12} = \frac{9}{18} = \frac{12}{24}$$



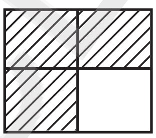
ప్రక్కన చూపినట్లు కాగితాన్ని మడవడం ద్వారా $\frac{3}{6}$ నుండి $\frac{12}{24}$ అయ్యేలా మడిచి రంగువేసిన భాగాన్ని గుర్తించమనడం.

ఇప్పుడు పిల్లలను $\frac{4}{5}, \frac{6}{7}$ భిన్నాలకు సమాన భిన్నాలను రాయమనడం.

⋆ కృత్యం – 7

– సజాతి భిన్నాల సంకలనం అవగాహనకై కృత్యం.

కింది పటాలలో రంగువేసిన, వేయబడని భాగాన్ని గుర్తింపజేసి వాటి మొత్తంను ఏవిధంగా వ్యక్తపరుస్తారో ఆలోచింపజేయడం.

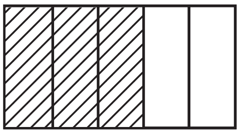


రంగువేసిన భాగం $\frac{3}{4}$ } వీటి మొత్తం ఎంత?

→ రంగువేయబడిన భాగం $\frac{1}{4}$ }

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 = \frac{3+1}{4}$$

SCERT TELANGANA



→ రంగువేసిన భాగం $\frac{3}{5}$; రంగువేయబడిన భాగం $\frac{2}{5}$ — వీటి మొత్తం ఎంత? (ఒక పూర్ణవస్తువు)

$$\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = \frac{3+2}{5}$$

Procedural Knowledge :-

→ కింది భిన్నాలలో ఏవి సజాతీయ భిన్నాలు?

$$\frac{4}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}, \frac{7}{4}, \frac{8}{3}$$

→ $\frac{4}{7}$ మరియు $\frac{2}{7}$ ల మొత్తం ఎంత?

→ $\frac{4}{7} + \frac{2}{7}$ ను కనుగొనుటలో ఏయే ప్రక్రియలు నిర్వహించారు?

→ $\frac{2}{7}$ మరియు $\frac{4}{7}$ ల మొత్తం ఎంత? ఎలా చెప్పగలరు?

☆ కృత్యం - 8 (జట్టు కృత్యం)

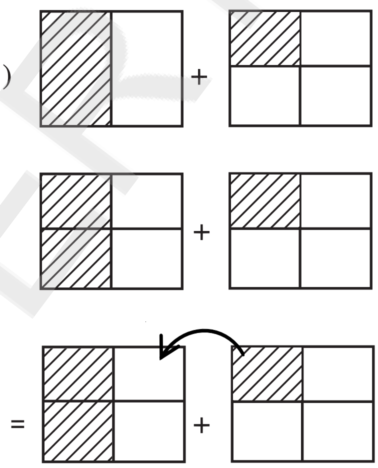
- భిన్నాల సంకలనంను అవగాహన పరచుకొనుటకు

(సమూహాలుగా పిల్లలను కూర్చోబెట్టి క్రింది కృత్యంను నిర్వహించాలి)

వీలైనన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డుబోర్డులు (జియోబోర్డు), ఒక రబ్బరు బ్యాండు పాకెట్‌లు, వివిధ రంగుల టోకెన్‌లు సిద్ధంగా ఉంచుకోవాలి. పిల్లలచే క్రింది విధంగా కృత్యాన్ని నిర్వహించాలి.

(i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ ను కనుగొందాం.

(రంగు వేసిన భాగాలు)



దీర్ఘచతురస్ర బోర్డుపై క్రింది విదంగా $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ రబ్బరుబ్యాండ్‌లను అమర్చాలి.

1	2
Ⓡ Ⓖ	Ⓖ
Ⓡ	
Ⓡ	
Ⓡ	

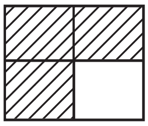
$$\frac{6 \text{ tokens}}{8} \qquad \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{6}{8} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{3}{4}$$

1) మొత్తం ఎన్ని భాగాలుగా విభజించబడింది?

2) టోకెన్‌లను $\frac{1}{2}$ భాగంలో ఒక రంగుని

SCERT TELANGANA

=  $\frac{3}{4}$

(రంగు వేసిన భాగం)

అమర్చాలి.

3) $\frac{1}{4}$ భాగంలో మరో రంగు టోకెన్‌లు అమర్చాలి.

4) ఇపుడు మొత్తం భాగాల్లో గల టోకెన్‌ల సంఖ్య లెక్కించాలి.

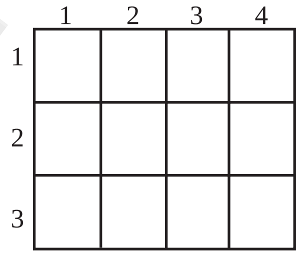
5) భిన్న రూపంలో రాయండి.

(ii) $\frac{3}{4} + \frac{5}{3}$ ను కనుగొందాం.

- దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డ్‌బోర్డ్‌ను తీసుకోండి.

- $\frac{3}{4}$ ను సూచించేందుకు అనుకూలంగా ఆ బోర్డుకు 4 భాగాలు సమానంగా ఉండేలా రబ్బర్ బ్యాండ్‌లు అమర్చండి (నిలువుగా)

- $\frac{5}{3}$ ను సూచించేందుకు అనుగుణంగా ఆ బోర్డ్‌పై 3 సమాన భాగాలుగా అడ్డంగా రబ్బర్ బ్యాండ్‌లు అమర్చండి.

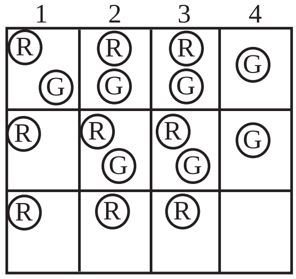


- ఇపుడు బోర్డ్‌పై $\frac{3}{4}$ ను సూచించేలా (R) టోకెన్‌లు అమర్చాలి.

- ఇంకా $\frac{5}{3}$ ను సూచించడం ఇందులో సాధ్యమా?

పిల్లలతో చర్చింపజేయడానికి మీరు సహాయపడండి.

- అపుడు $\frac{5}{3}$ ను $1\frac{2}{3}$ గా మిశ్రమభిన్నంగా రాయండి.



- ఇపుడు $\frac{2}{3}$ ను సూచించు విధంగా (G) టోకెన్‌లు అమర్చండి.

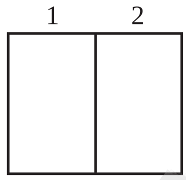
- ఇపుడు టోకెన్‌లు అమర్చిన బోర్డుపై టోకెన్‌ల సంఖ్య మరియు అమర్చిన భాగం దేన్ని సూచిస్తుంది?

$$\frac{3}{4}+\frac{5}{3} = \frac{3}{4}+1\frac{2}{3} = 1+\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right) = 1+\frac{17}{2} = 1\frac{17}{12} = \frac{29}{12}$$

SCERT TELANGANA

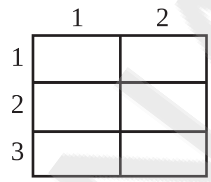
(iii) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = ?$

దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డ్‌బోర్డ్, రబ్బర్‌బ్యాండ్‌తో

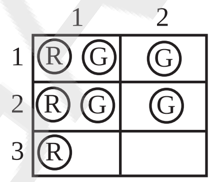


→ $\frac{1}{2}$ → 2 సమానభాగాలు చేయడం.

$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$ → $\frac{2}{3}$ → 3 సమానభాగాలు చేయడం.



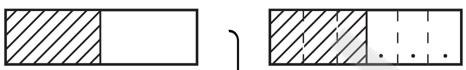
→ తర్వాత $\frac{1}{2}$ను సూచించే విధంగా (R) టోకెన్‌లు అమర్చడం. అదే విధంగా $\frac{2}{3}$ ను సూచించేదిగా (G) టోకెన్‌లు అమర్చాలి.



→ మొత్తం టోకెన్‌లు సంఖ్య = 7

→ మొత్తం $\frac{7}{6}$

ఇంకో విధంగా

$\frac{1}{2}$  $\frac{3}{6}$

$\frac{2}{3}$  $\frac{4}{6} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$

Procedural Knowledge :-

చర్చించండి.

→ $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ మొత్తం కనుగొనడానికి ఏయే పద్ధతులు ఎలా ఉపయోగపడినాయి? మీరేం గమనించారు.

→ $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}$లను సజాతీయ భిన్నాలుగా ఎలా రాయగలం?

లేదా

భిన్నాల సమానభిన్నాలను సజాతీయ భిన్నాలుగా రాయగలరేమో ప్రయత్నించండి.

⋆ కృత్యం – 9

– సజాతీయ భిన్నాలుగా మార్చి సంకలనం చేయడం. (హారాలు సమానం చేయడం ద్వారా)

(i) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$

$\frac{2}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{1}\times\frac{1}{4}$

$\frac{2}{4}+\frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$

(ii) $\frac{3}{4}+\frac{5}{3}$

$\frac{3}{3}\times\frac{3}{4} + \frac{5}{3}\times\frac{4}{4}$

$\frac{9}{12}+\frac{20}{12} = \frac{29}{12}$

(iii) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$

$\frac{3}{3}\times\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\times\frac{2}{2}$

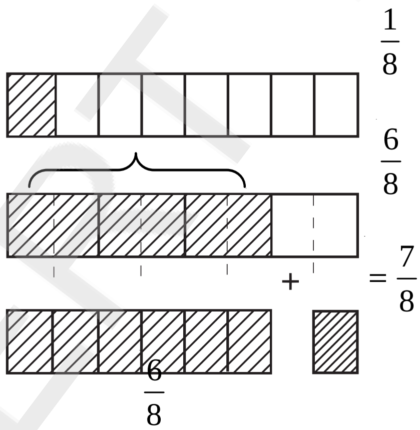
$\frac{3}{6}+\frac{4}{6} = \frac{3+4}{6} = \frac{7}{6}$

పై విధంగా హారాలను సమానం చేసి సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి సంకలనం చేయడంను పిల్లలలో ప్రోత్సహించాలి.

⋆ కృత్యం – 10

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} = ?$

I Method :



$\frac{6}{8}+\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$

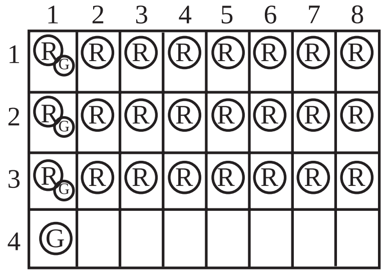
II Method : హారాలు సమానం చేయడం ద్వారా

$\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$

$\frac{2\times 3}{2\times 4} + \frac{1}{8}\times\frac{1}{1}$

$= \frac{6}{8}+\frac{1}{8} = \frac{6+1}{8} = \frac{7}{8}$

III Method : by using rectangular card-board దీర్ఘచతురస్ర కార్డుబోర్డు ద్వారా



$$= \frac{28}{32} = \frac{4\times7}{4\times8}$$

$$= \frac{7}{8}$$

IV Method : $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$

హారాలు సమానం చేయడం ద్వారా సజాతీయ భిన్నాలుగా మార్చడం

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$$

$4 = 1 \times 4$ $\qquad$ $8 = 1 \times 8$

$4 = 1 \times 2 \times 2$ $\qquad$ $= 1 \times 2 \times 4$

$8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$

$$= \frac{2\times3+1\times1}{8} = \frac{6+1}{8} = \frac{7}{8}$$

క.సా.గు. $\quad 4 = 1 \times 2 \times 2$

$8 = 1 \times 2 \times 2 \times 2$

క.సా.గు. $2 \times 2 \times 2 = 8$

☆ కృత్యం – 11

హారాల క.సా.గు.ను ఉపయోగించి సంకలనం చేయడం.

(i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

$$= \frac{2\times1+1\times1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$$

$4 = 1 \times 4$

$4 = 1 \times 2 \times 2$

$2 = 1 \times 2$

హారాల క.సా.గు. $= 2 \times 2 = 4$

(ii) $\frac{3}{4} + \frac{5}{3}$

$$= \frac{3\times3+5\times4}{12} = \frac{9+20}{12} = \frac{29}{12}$$

$4 = 1 \times 4$

$3 = 1 \times 3$

హారాల క.సా.గు. $= 1 \times 4 \times 3 = 12$

(iii) $\frac{13}{18} + \frac{11}{20}$

$$= \frac{10\times13+9\times11}{180}$$

$$= \frac{130+99}{180} = \frac{229}{180}$$

హారాల క.సా.గు.

$18 = 1 \times 18$ $\qquad$ $20 = 1 \times 20$

$18 = 1 \times 2 \times 9$ $\qquad$ $20 = 1 \times 2 \times 10$

$18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$ $\qquad$ $20 = 1 \times 2 \times 2 \times 5$

$\therefore 18 = 1 \times 2 \times 3 \times 3$

$20 = 1 \times 2 \times 2 \times 5$

క.సా.గు. $= 2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 = 180$

SCERT TELANGANA

అభ్యాసం - ప్రతిస్పందన

(1) $\frac{1}{4}+\frac{1}{3} = ?$

(2) $\frac{3}{8}+\frac{1}{4} = ?$

(3) లత తను పాఠశాలకు వెళ్ళాలంటే ఒక కిలోమీటర్‌లో $\frac{5}{8}$ భాగం, అదే విధంగా రాజు తను పాఠశాలకు వెళ్ళాలంటే ఒక కిలోమీటర్‌లో $\frac{7}{8}$ భాగం నడవవలసి వస్తుంది. అయితే ఇద్దరు కలిపి మొత్తం ఎంత దూరం నడవాలి?

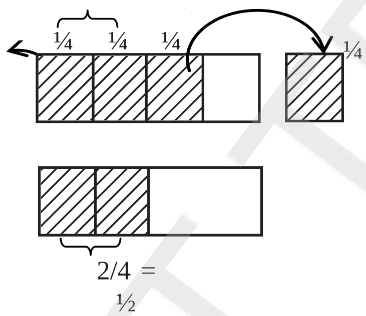
⋆ కృత్యం - 12

భిన్నముల వ్యవకలనం భావనను పిల్లలు ఇపుడు సులభంగా అవగాహన పరచగలరు.

ఇచ్చిన భిన్నాలు సజాతీయ భిన్నాలు అయినపుడు

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$$

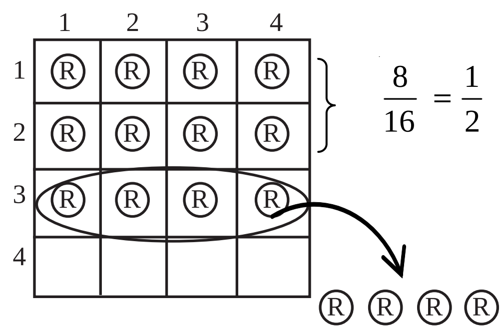
$$= \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4}$$



$$\Rightarrow \frac{3}{4}-\frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

దీర్ఘచతురస్రాకార కార్డుబోర్డుపై $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$ ను సాధించడం.

$$\frac{3}{4}-\frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$



$$\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

SCERT TELANGANA

⋆ కృత్యం – 13

విజాతీయ భిన్నాల వ్యవకలనం – సమానహారాలుగా మార్చడం ద్వారా

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{4} \times \frac{4}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{5}$$

$$\frac{16}{20} - \frac{14}{20}$$

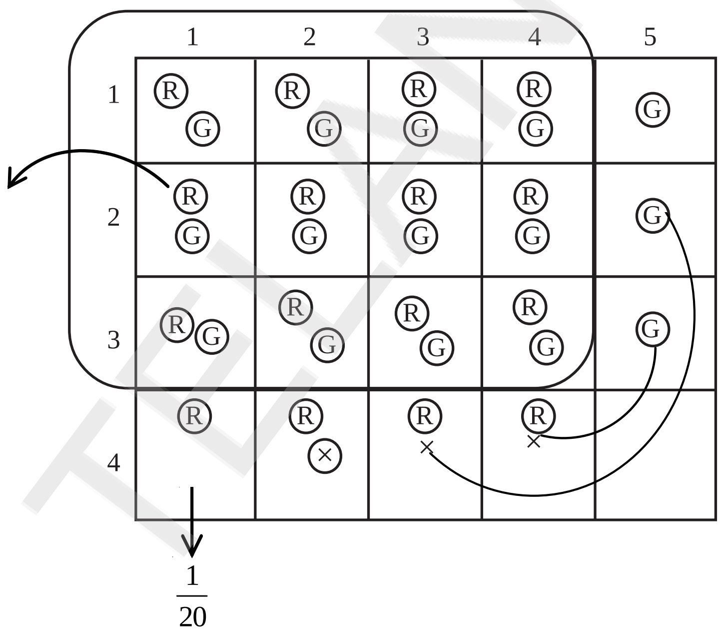
$$= \frac{16-15}{20} = \frac{1}{20}$$

⋆ కృత్యం – 14

దీర్ఘచతురస్ర కార్డుబోర్డు ద్వారా

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$$

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4} = \frac{1}{20}$$



⋆ కృత్యం – 15

క.సా.గు. ఉపయోగించి భిన్నాల వ్యవకలనం చేయడం.

$$\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$$

$$= \frac{4 \times 4 - 5 \times 3}{20}$$

$$= \frac{16 - 15}{20} = \frac{1}{20}$$

$5 = 1 \times 5$

$4 = 1 \times 4$

5, 4 క.సా.గు. $1 \times 4 \times 5 = 20$

SCERT TELANGANA

స్వీయ అంచనా :

1. ఇచ్చిన భిన్నాలకు సమాన భిన్నాలు రాయగలను	అవును ◯ కాదు ◯
2. ఇచ్చిన భిన్నాల సంకలనం చేసి చూడగలను.	అవును ◯ కాదు ◯
3. ఇచ్చిన భిన్నాల వ్యవకలనం చేయగలను.	అవును ◯ కాదు ◯
4. భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలన భావనలను నిజజీవితంలో ఉపయోగించగలను.	అవును ◯ కాదు ◯

అభ్యాసం – ప్రతిస్పందన

(1) $\frac{3}{7}-\frac{2}{5} = ?$ (2) $\frac{6}{5}-\frac{5}{2} = ?$

సమస్య 1 : రామయ్య తన వద్ద గల $\frac{3}{5}$ వంతు మామిడిపండ్ల నుండి $\frac{1}{2}$ వంతు మామిడి పండ్లను తన కుమార్తెకు ఇవ్వగా మిగిలిన పండ్లను కుమారునికి ఇచ్చినాడు. అయితే కుమారునికి ఇచ్చిన మామిడిపండ్ల భాగం ఎంత?

సమస్య 2 : శ్రీధర్ ఒక పుస్తకంలో మొదటిరోజు $\frac{1}{5}$ వంతు, 2వ రోజు $\frac{2}{3}$ వంతు చదివినాడు. అయితే రెండు రోజులు అతను పుస్తకంలో చదివిన భాగం ఎంత? మిగిలిన భాగం ఎంత?

Extended Activitiy :

భిన్నాల సంకలనం, వ్యవకలనంనకు సంబంధించి పిల్లలకు వివిధ రకాల సంబంధాలను / అమరికలను ఇచ్చి దానినుండి బీజీయ సమాసాలకు సంబంధించిన సమస్యలను సాధించుటకై వినియోగించుకునే సామర్థ్యం పెంపొందించడం.

(1) $\frac{7}{5}-\frac{3}{5}=\frac{\boxed{4}}{5}$ (2) $\frac{7}{3}-\frac{\square}{3}=\frac{5}{3}$ (3) $\frac{17}{9}-\frac{8}{9}=\frac{9}{\square}$

(4) $\frac{2}{5}-\frac{2}{3} = \frac{3}{3}\times\frac{2}{5}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{5} = \frac{6}{15}-\frac{10}{15} = \frac{\square}{15}$

(5) $\frac{x}{8}+\frac{3}{8} = \frac{12}{8}$

(6) $\frac{2x-3}{5} = \frac{2x}{5}-\frac{3}{5} = \frac{7}{5}$

SCERT TELANGANA

(iii) భిన్నముల గుణకారము మరియు భాగహారములో ఇమిడివున్న నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధించడం (Class VII)

1. **అభ్యసన ఫలితం :** పిల్లలు భిన్నముల గుణకారము మరియు భాగహారములో ఇమిడివున్న నిత్యజీవిత సమస్యలను సాధించడం.
2. **సంబంధిత భావనలు, పూర్వభావనలను గుర్తించుట :**
   - **భావనలు :**
     - భిన్నముల గుణకారం
     - భిన్నముల భాగహారం
   - **పూర్వ భావనలు :**
     - క్రమ భిన్నం, అపక్రమ భిన్నం, మిశ్రమ భిన్నాలపై అవగాహన కల్గి ఉండటం.
     - సజాతి భిన్నాలు, విజాతి భాన్నాలపై అవగాహన కల్గి ఉండటం.
     - భిన్నాల సంకలనంపై అవగాహన కల్గి ఉండటం.
3. **బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ :** వివిధ ప్రశ్నల ద్వారా విద్యార్థుల పూర్వ భావనలకు సంబంధించిన అవగహనను పరిశీలించడం.
   - విద్యార్థులను బృందాలుగా విభజించాలి.
   - విద్యార్థులకు షేడింగ్ చేయడానికి రంగు పెన్సిళ్ళు ఇవ్వాలి.
   - చర్చించవలసిన అంశాలను నల్లబల్లపై రాయాలి.

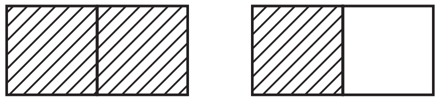
☆ **బృంద కృత్యం-1 :** పూర్ణాంకమును భిన్నంచే గుణించుట.

$$3 \times \frac{1}{2} = ?$$

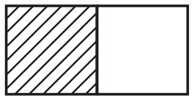
చర్చించవలసిన అంశాలు :

$\frac{1}{2}$ ను పటరూపంలో ఎలా సూచిస్తావు?
$3 \times \frac{1}{2}$ అంటే అర్థం ఏమిటి?

$3 \times \frac{1}{2}$ ను పటరూపంలో ఎలా సూచిస్తావు?

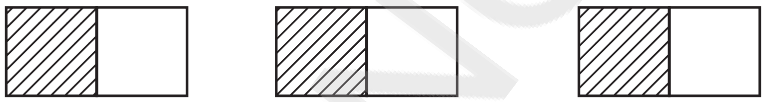
ఈ పటం దేనిని సూచిస్తుంది? 

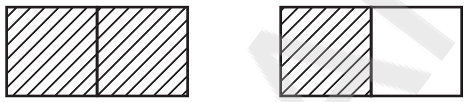
మూడవ మరియు నాల్గవ ప్రశ్నలోని పటముల మధ్య ఏదైనా సంబంధం ఉందా?

$\frac{1}{2}$ 

$$\frac{3}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \qquad + \qquad \frac{1}{2} \qquad + \qquad \frac{1}{2}$$



= 

$$3 \times \frac{1}{2} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{1 \times 2} = \frac{3}{2}$$

☆ **బృంద కృత్యం-2 :** భిన్నంను భిన్నంచే గుణించుట.

రమ వద్ద ఉన్న పూలలో సగం చామంతులు మరియు మిగిలిన సగం గులాబీలు. గులాబీలలో పావు భాగం తన మిత్రురాలు గీతకు ఇచ్చినది. అయిన తన వద్ద ఉన్న పూలలో ఎంత భాగం గీతకు ఇచ్చిందో చెప్పగలరా?

చర్చించవలసిన అంశాలు :

పై పద సమస్యలోని గులాబీల భాగాన్ని సూచించు భిన్నము ఏది?

గులాబీలలో గీతకు ఇచ్చిన భాగాన్ని సూచించు భిన్నము ఏది?

పై పద సమస్య సాధనకు భిన్నాలలో ఏ పరిక్రియను ఉపయోగిస్తారు? ఎందుకు?

గీతకు వచ్చిన పూలు, మొత్తము పూలలో ఎంత భాగము ?

గీతకు వచ్చిన పూలు గులాబీలలో పావు భాగం అనగా గులాబీలలో $\frac{1}{4}$ వ వంతు

కానీ గులాబీలు మొత్తము పూలలో సగభాగం అనగా మొత్తం పూలలో $\frac{1}{2}$ వ వంతు.

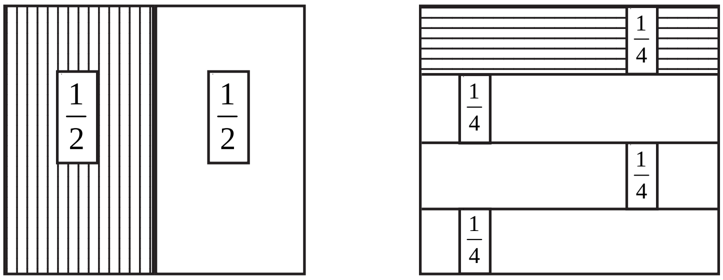
SCERT TELANGANA

అనగా గీతకు వచ్చిన పూలు, మొత్తం పూలలో సగంలో పావుభాగం

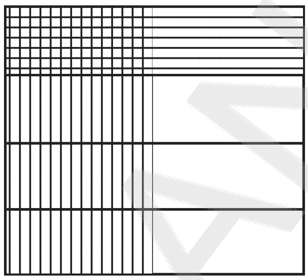
అంటే గీతకు వచ్చిన పూలు $\frac{1}{2}$లో $\frac{1}{4}$వ వంతు.

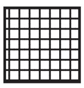
అనగా ఇది $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$.

పై సమస్యను మోడలింగ్ ద్వారా కింది విధంగా సాధించవచ్చు.



ఈ పటాలను ఒకదానిపై ఒకటి ఆచ్ఛాదించగా

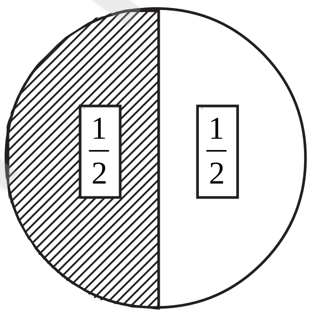


ఈ పటంలో  షేడ్ చేయబడిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నం ఏది ?

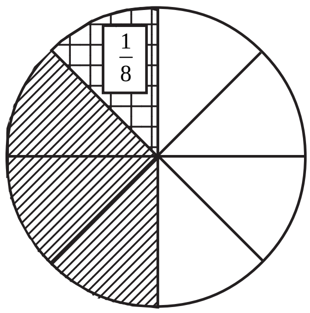
అది $\frac{1}{8}$ అనగా $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1\times 1}{4\times 2}=\frac{1}{8}$

దీనికి మరొక విధంగా ఇలా యోచించవచ్చును.

మొత్తం పూలలో సగం గులాబీలు.



గీతకు వ్చన పూలు గులాబీలలో పావుభాగం అనగా $\frac{1}{2}$ లో $\frac{1}{4}$వ వంతు.



అనగా $\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1\times 1}{4\times 2}=\frac{1}{8}$

SCERT TELANGANA

☆ **బృంద కృత్యం-3 :** పూర్ణాంకం, భిన్నముల గుణకారమునకు సంబంధించిన పదసమస్య సాధించుట.

ఒక దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు $\frac{1}{4}$ మీ. దాని పొడవు, వెడల్పునకు 6 రెట్లు అయిన దాని వైశాల్యము ఎంత?

చర్చించవలసిన అంశాలు :

పై పద సమస్యలో దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు ఎంత?
పొడవు, వెడల్పునకు ఎన్ని రెట్లు?
పొడవును సూచించు భిన్నము ఏది?
పై పద సమస్య సాధనకు భిన్నాలలో ఏ పరిక్రియను ఉపయోగిస్తారు? ఎందుకు ?

దీర్ఘచతురస్రం వెడల్పు = $\frac{1}{4}$ మీ.

దీర్ఘచతురస్రం పొడవు వెడల్పునకు 6 రెట్లు అనగా

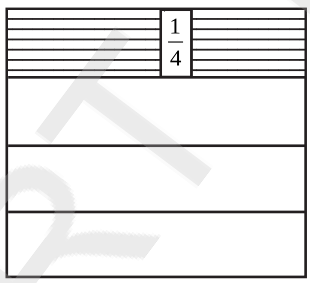
దీర్ఘచతురస్ర పొడవు = 6 × వెడల్పు

$$= 6 \times \frac{1}{4} = \frac{6 \times 1}{1 \times 4} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

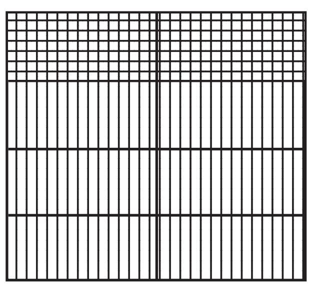
దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు

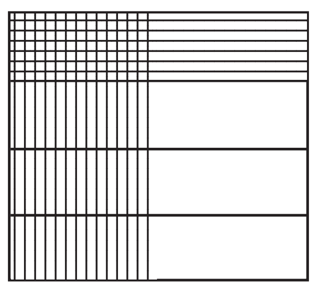
$$= \frac{3}{2} \times \frac{1}{4}$$

అనగా ఇది $\frac{1}{4}$లో $\frac{3}{2}$వ వంతు.



దీనిలో $\frac{3}{2}$వ వంతు అనగా $\frac{2+1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{1}{2}$





SCERT TELANGANA

కావున $\frac{1}{4}$ లో $\frac{3}{2}$ వంతు అనగా $\frac{3}{8}$

ఎందుకనగా $\frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \;=\; \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$

☆ **బృంద కృత్యం–4 :** పూర్ణాంకంను భిన్నముతో భాగించుట.

$3 \div \frac{3}{4} = ?$

చర్చించవలసిన అంశాలు :

3 నుండి $\frac{3}{4}$ ను ఎన్నిసార్లు తీసివేస్తే వస్తుంది?

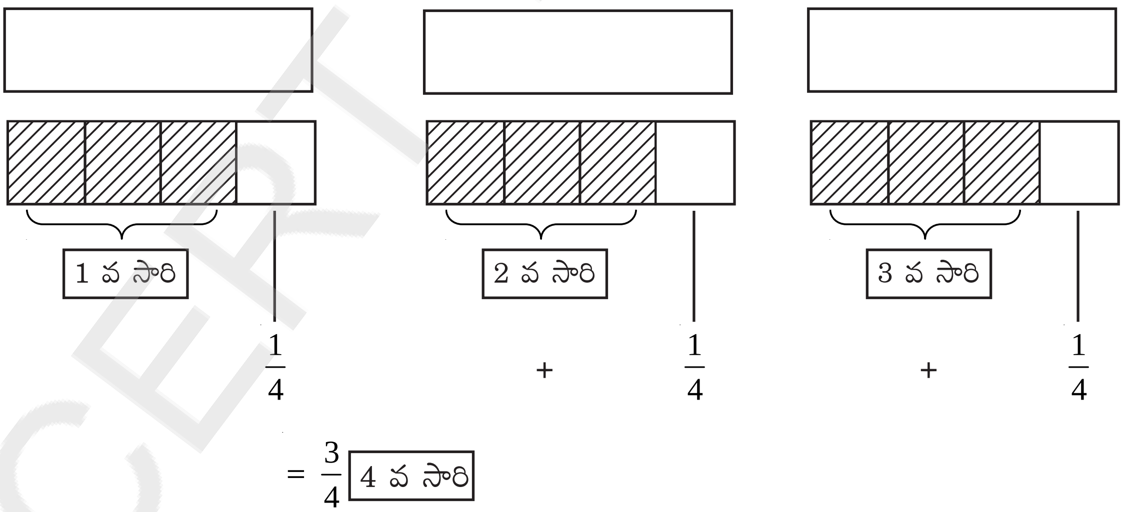
3 లో ఎన్ని $\frac{3}{4}$ లు ఉంటాయి?

$3 \div \frac{3}{4}$ అంటే అర్థం ఏమిటి?

$\frac{3}{4}$ గుణకార విలోమం ఎంత?

మొదటి సంఖ్య 3 కనుక 3 సర్వ సమాన దీర్ఘచతురస్రాలను తీసుకొందాం.

ఈ మూడు వస్తువులలో ఎన్ని $\frac{3}{4}$ భాగాలు ఉంటాయో తెలుసుకోవాలి కనుక ప్రతీ వస్తువును 4 భాగాలు చేసి వాటిలో మూడు భాగాలు తీసుకొందాము.



SCERT TELANGANA

కావున 3 వస్తువులలో $\frac{3}{4}$ భాగాలు 4 సార్లు ఉన్నాయి. $3 \div \frac{3}{4} = 4$

$\frac{3}{4}$ గుణకార విలోమం $\frac{4}{3}$ $\qquad 3 \div \frac{3}{4} = 3 \times \frac{4}{3}$

$$\frac{3}{1} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 4}{1 \times 3} = \frac{12}{3} = 4$$

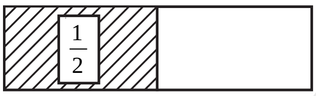
☆ **బృంద కృత్యం-5 :** భిన్నమును భిన్నంతో భాగించుట.

రామయ్య తన ఆస్తిలో కూతుర్లకు ఒక్కొక్కరికి పావు భాగం చొప్పున సమానంగా పంచితే ఇంకను సగం ఆస్థి మిగిలినది. అయిన ఆయనకు కూతుర్లు ఎందరు?

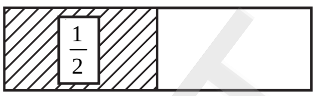
చర్చించవలసిన అంశాలు :

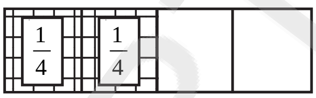
రామయ్య తన ఆస్తిలో ఎంత భాగాన్ని పంచాడు?
ఒక్కొక్క కూతురికి ఇచ్చిన భాగము ఎంత?
పై పద సమస్య సాధనకు ఏ పరిక్రియను ఉపయోగించాలి? ఎందుకు?
రామయ్య కూతుర్లు ఎంతమంది?
రామయ్య కూతుర్లకు ఆస్తి పంచడాన్ని నీవు ఎలా సమర్థిస్తావు?

రామయ్య తన ఆస్తిలో సగ భాగాన్ని పంచాడు.



ఒక్కొక్క కూతురికి పంచినది పావు భాగం.





ఈ రెండింటిని పోల్చగా $\frac{1}{2}$లో పావు భాగాలు రెండు ఉన్నాయి అని గమనించవచ్చును.

కనుక రామయ్య కూతుర్లు ఇద్దరు. $\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = 2$ కాని $\frac{1}{4}$ గుణకార విలోమం $\frac{4}{1}$

$$\boxed{\frac{1}{2} \div \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1}} \qquad = \frac{1 \times 4}{2 \times 1} = \frac{4}{2} = 2$$

SCERT TELANGANA

☆ **బృంద కృత్యం-6 :** భిన్నమును భిన్నంతో భాగించుటకు సంబంధించిన పదసమస్యను సాధించుట.

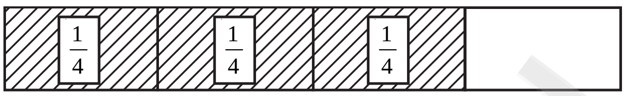
సీత తన వద్దగల చాక్లెట్లలో ముప్పావు భాగాన్ని తన స్నేహితులకు ఒక్కొక్కరికి $\frac{1}{8}$ వ భాగం చొప్పున సమానంగా పంచితే ఆమె ఎంతమంది స్నేహితులకు చాక్లెట్లు పంచింది?

చర్చించవలసిన అంశాలు :

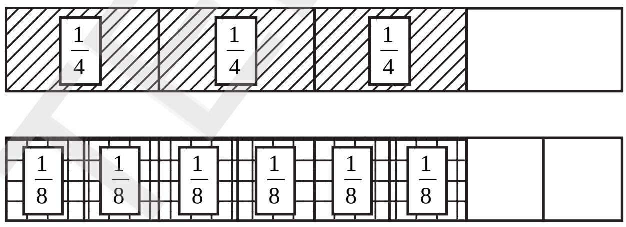
సీత తన వద్దగల చాక్లెట్లలో ఎంత భాగాన్ని తన స్నేహితులకు పంచింది?
ముప్పావు భాగాన్ని భిన్న రూపంలో ఎలా సూచిస్తాము?
ఒక్కొక్క స్నేహితురాలికి ఇచ్చిన చాక్లెట్ల భాగాన్ని పట రూపంలో ఎలా సూచిస్తావు?
పై పద సమస్య సాధనకు ఏ పరిక్రియను ఉపయోగించాలి? ఎందుకు?
సీత ఎంతమంది స్నేహితులకు చాక్లెట్లు పంచింది?

సీత తన వద్ద గల చాక్లెట్లలో ముప్పావు భాగం అనగా $\frac{3}{4}$ వ వంతు స్నేహితులకు పంచింది.

దీనికి పట రూపంలో ఇలా సూచించవచ్చును.



ఒక్కొక్క స్నేహితురాలికి ఇచ్చిన చాక్లెట్లు $\frac{1}{8}$ వ భాగము.



ఈ రెండింటిని పోల్చగా $\frac{3}{4}$ లో $\frac{1}{8}$ వ భాగాలు ఆరు ఉన్నాయి అవి గమనించవచ్చును.

కనుక సీత చాక్లెట్లు పంచిన స్నేహితులు ఆరుగురు. $\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = 6$

కాని $\frac{1}{8}$ గుణకార విలోమం $\frac{8}{1}$

$$\boxed{\frac{3}{4} \div \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \times \frac{8}{1}} \quad = \frac{3 \times 8}{4 \times 1} = \frac{24}{4} = 6$$

SCERT TELANGANA

స్వీయ అంచనా

ప్రాతిపదిక	చాలా బాగా అర్థమైంది	బాగా అర్థమైంది	అర్థమైంది	కొంచెము మాత్రమే అర్థమైంది	అర్థము కాలేదు
భిన్నాల గుణకారము					
భిన్నాల భాగహారము					

కొనసాగింపు కృత్యము :

ప్రశ్నలు

1. నా వద్దనున్న సొమ్ములో మూడవ వంతు బస్సులో పోగొట్టుకొన్నాను. మిగిలిన దానిలో $\frac{2}{3}$వ వంతు సంతలో ఖర్చుపెట్టగా, ఇంకా నా వద్ద 6 రూపాయలు మిగిలాయి. అయిన ప్రారంభంలో నా వద్ద నున్న సొమ్ము ఎంత?

2. ఒక వృత్తంలో సగంలో $\frac{2}{3}$వ వంతును షేడ్ చేయండి.

3. రమ 1 గంటలో ఒక పుస్తకంలో $\frac{1}{3}$వ భాగాన్ని చదవలగలదు అయిన $2\frac{1}{5}$ గంటలలో ఆ పుస్తకంలో ఎంత భాగం చదవలగలదు?

4. రమ్య ఒక వరుసలో 4 మొక్కలు పాతినది. రెండు వరుస మొక్కల మధ్య దూరం $\frac{3}{4}$ మీటర్లు అయిన మొదటి మరియు చివరి మొక్కల మధ్య దూరం ఎంత?

5. సమ వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక వ్యక్తికి 45 కిలోమీటర్లు దూరం ప్రయాణానికి $\frac{3}{4}$ గంటల కాలం పడుతుంది అయిన 15 కిలోమీటర్లు దూరం ప్రయాణానికి ఎంత కాలం పడుతుంది?

SCERT TELANGANA

(iv) Finding the probability of an event in an experiment - Class IX & X

1. **Learning outcome :** Children are able to find the probability of an event in a Random experiment.
2. **Identification of related concepts and pre-concepts :**
   * Finding the probability of an event.
   * **Pre-concepts :**
     * Random experiment.
     * Sample space.
     * Simple events and compound events.
     * Equally likely events.
     * Impossible event and certain event.
     * Complimentary events.
     * Mutually exclusive events.
     * Equally likely.
3. **Pedagogical process for conceptual understanding :**
   * Teacher may divide the class into four or five groups.
   * Student understand the process to find probability of events in various Random experiments.

Group Activity :- 1 When two dice are rolled then

(i) Find the total number of outcomes.

(ii) Find the number of favourables cases of getting a doublet.

(iii) Find the ratio of favourable cases to total number of cases.

Group Activity :- 2 When three coins are tossed simultaneously

(i) Find the total number of outcomes.

(ii) Find the number of favourable cases of getting atleast two heads.

(iii) Find the ratio of favourable cases to total number of cases.

* What do we call this ratio ?
* After discussion with all the groups the teacher defines the term probability.

4. **Material required :**

(i)	Dice
(ii)	Coins

5. **Possible evidences :**
   * Students would be able to find the probability of an event which was asked in the problem.
   * They would be able to find number of favourable outcomes, total number of outcomes and the ratio of favourable outcomes to total number of outcomes.

SCERT TELANGANA

6. **Self Assessment**

Rubrics :-

Criteria	Excellent	Average	Minimal	Needs to improve
Preconcepts of probability				
Solving the problems on Dice and Coins				

7. **Review :-** Students assess their work based on Rubrics.

8. **Extended activity :** Students are given 2 or 3 questions based on pack of cards and calenders.

Q.1. What is the probability of getting 53 Sundays in a non-leap year?

Q.2 When a card is selected from a pack of cards. Find the probability of getting a court card?

(v) Able to solve 'Riders' applying the concepts related to Similar Triangles - conditions for similarity - Class VIII

1. **Learning outcome :**"The pupil is able to solve 'Riders' applying the concepts related to Similar Triangles" - conditions for similarity.

2. **The learning outcomes cover the following concepts :**

   * Conditions for similarity
     * SAS
     * SSS
     * AAA $\rightarrow$ AA

Concept : 'AA' Similarity - Application to rider.

Premise :- The pupil already knows / understood the terms related to similarity and congruency such as congruence, similarity, corresponding sides and angles etc.

Group Activity :- 1 To Test Previous Knowledge.

Depending on learning styles :

a) Teacher divides the class into groups (say 5) and distributes few card board / paper - pieces cut in triangular shapes and asks them to prepare triangles similar to them and verify similarity property in each pair and classify them.

– In particular 'AA' similarity is demonstrated by students.

SCERT TELANGANA

b) Teacher gives few triangles with dimensions (length of sides, angles) and students are asked to pair up similar triangles and classify them on what conditions they are congruent.

– In particular list out those conforming to 'AA' similarity conditions.

c) Students in group collect the given items and discuss and note down their observation in a note book. (shape, length, angle etc.)

d) Teacher supervises the student's discussion providing support wherever necessary, encourages peer teaching.

e) One of the group members present in the class.

Inference :- The child is able to relate the knowledge of similarities in the real life situation.

Group Activity :- 2 Whole class room activity.

Teacher elicits the template / steps followed in solving a rider and writes it on the blackboard.

- Statement
- Rough diagram
- Given
- Required to prove
- Construction (optional)
- Proof

Statement	Reason
1. 2.	

- Conclusion

Activity :- 3 Individual (Practice - FA)

Teacher gives a problem and students solve. Using the principles/ concepts learnt.

Example : ABCD is a trapezium in which AB | | DC and its diagonals intersect each other at point 'O'. Show that $\frac{AO}{BO} = \frac{CO}{DO}$.

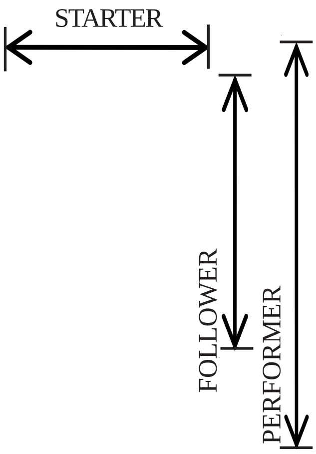
Pupil solves the problem through self inquiry and records the observation according to the steps.

Self Assessment : Student prepares by himself / herself or with teacher's help a rubric for this and teacher can use the same for evaluation / assessment.

SCERT TELANGANA

Has the student :

a. Written/copied the statement correctly.



Indicates	Starter	Follower	Performer
a	✓	✓	✓
b		✓	✓
c		✓	✓
d	✓	✓	✓
e			✓
f			✓
g			✓
h			✓

b. Identified what is given.

c. Identified what is to be proved.

d. Identified the parts / components.

e. Selects correct parts.

f. Cited correct reasons to explain.

g. Linked the statements and reasons correctly.

h. Concluded the proof / problem.

Review :
- Students assess their work based on the Rubrics.
- Students are given practice based on the areas which need improvement.

REMEDIATION

- Teacher summarizes the areas for remediation.
- Lists them in a logical order.

STARTER	FOLLOWER
Teacher provides exercises for practice from step 1 (of Rubric) onwards with simultaneous assessment and review; one after the other.	– Teacher asks student to list out the length, angles, etc. that are given in the problem. – Help to draw figure from information. – Relate the identified list to what is to be proved. (by probing questions) – Elicit the reasons to substantiate them (by probing questions)

Practice : Exercises containing one aspect / step at a time (or more as required depending on student's ability and learning styles) for practice with simultaneous review is provided to ensure learning.

Evaluation :- Similar problems are given for students to solve and to be assesed.

SCERT TELANGANA

(vi) త్రిభుజ వైశాల్యాన్ని లెక్కించగల్గడం (Class X)

1. అభ్యసన ఫలితం (Learning outcome) :- విద్యార్థులు త్రిభుజ వైశాల్యములను గణించగలరు.

2. పూర్వ భావనలు (Prerequistics) :-

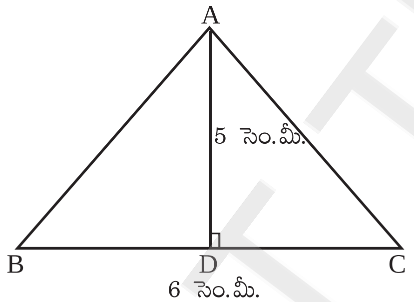
- నిరూపకాక్షాలు
- నిరూపక తలం
- బిందు స్థాపన
- త్రిభుజ వైశాల్యం
- ట్రెపీజియం
- ట్రెపీజీయ వైశాల్యం
- పరమమూల్యం

3. బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ (Pedagogical Process) :- విద్యార్థులకు నిరూపక జ్యామితిలోని త్రిభుజ వైశాల్యంను గణించుటకు అవసరమైన పూర్వభావనలను, తరగతి గదిలో సన్నివేశంలను ఏర్పాటుచేసి పూర్వభావనలపై అవగాహనా కల్పించవలెను. అదే విధంగా, విద్యార్థులలో గల పూర్వభావనలపై మదింపు చేయవలెను.

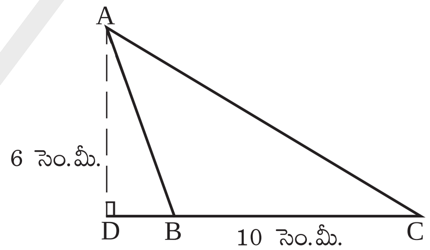
(i) భావనల అవగాహన (Conceptual understanding)

☆ కృత్యం - 1

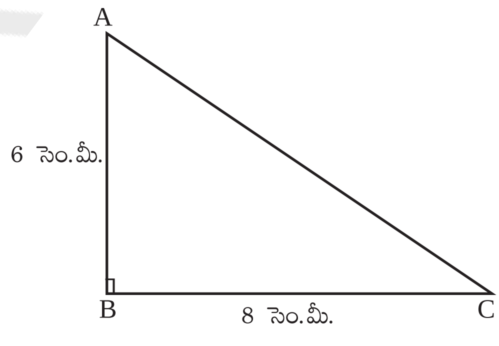
ఈ క్రింది పటంలను పరిశీలించండి. వాటి వైశాల్యంలను తెల్పండి.



పటం - (1)



పటం - (2)



పటం - (3)

విద్యార్థులను గ్రూపులుగా విభజించి, ప్రక్క పటంల ఆధారంగా ఈ క్రింది ప్రశ్నల ద్వారా వివిధ రకాల త్రిభుజ వైశాల్యములను గణింపచేయవలెను.

- త్రిభుజ వైశాల్యంను కనుగొనుటకు సూత్రంను తెల్పండి. $\left(A = \frac{1}{2}bh\right)$
- పటం (1) యొక్క వైశాల్యంను గణించండి. (15 చ.సెం.మీ.)
- పటం (2) యొక్క వైశాల్యంను గణించండి. (30 చ.సెం.మీ.)
- పటం (3) యొక్క వైశాల్యం గణించండి. (24 చ.సెం.మీ.)
- పటం (3) గూర్చి మీరు చెప్పగలరు? (లంబకోణ త్రిభుజం)

⋆ కృత్యం - 2

జట్టు కృత్యం (Group activity) :

విద్యార్థులను సమూహంలుగా విభజించి, ఒకొక్క సమూహంనకు గ్రాఫ్ / గ్రిడ్ కాగితంలను ఇచ్చి, వారిని నిరూపాకాక్షాలను గీసి, క్రింది బిందువులను వారి, గ్రాఫ్/గ్రిడ్ పేపర్లపై గుర్తింపచేయవలెను. తర్వాత వారిని తరగతి గదిలో చార్టుల పై ప్రదర్శింప చేయవలెను. తరగతి గదిలో పూర్తిగా విద్యార్థులచే చర్చింప చేస్తూ నిరూపకతలంలోని బిందుస్థాపన పై గల అవగాహనను పెంపొందించవలెను. అదే విధంగా పూర్వభావనలను మదింపు చేయవలెను.

ఉదా:- (2, 3), (−3, 4), (−4, −5), (4, −3), (5, 0), (0, 7), (−4, 0), (0, −6)

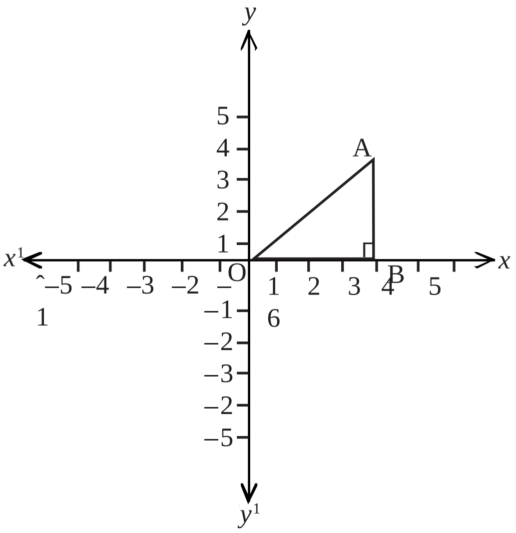
చర్చించవలసిన అంశాలు (Suggested questions) :

● మొదటి పాదంలో ఉన్న బిందువును గుర్తించండి.	జ:	(2, 3)
● రెండవ పాదంలో ఉన్న బిందువును గుర్తించండి.	జ:	(−3, 4)
● మూడవ పాదంలో ఉన్న బిందువును గుర్తించండి.	జ.	(−4, −5)
● నాలుగవ పాదంలో ఉన్న బిందువును గుర్తించండి.	జ.	(4, −3)
● X − అక్షం పై గల బిందువును గుర్తించండి.	జ.	(5, 0)
● Y − అక్షం పై గల బిందువును గుర్తించండి.	జ.	(0,7)

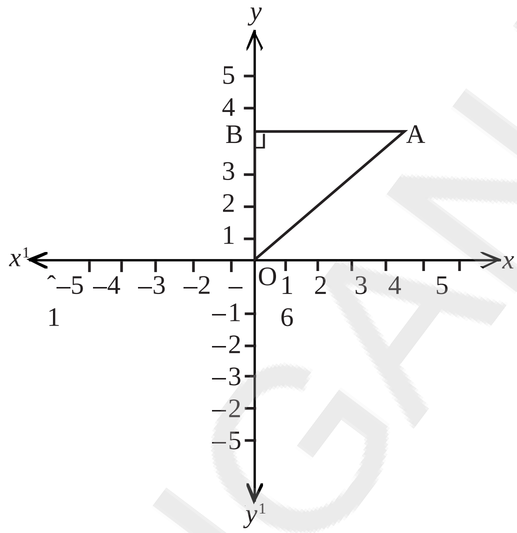
SCERT TELANGANA

⭐ కృత్యం – 3

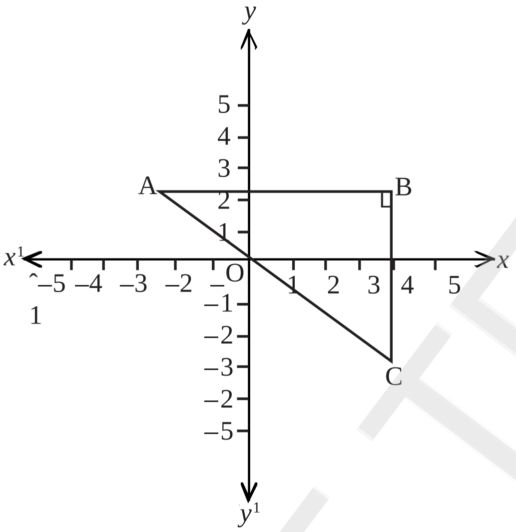
విద్యార్థులకు గ్రూప్‌లుగా విభజింపచేసి, ఈ క్రింది చార్టులలోని పటములను వారిచే గమనింపచేస్తూ, వివిధ రకాల లంబకోణ త్రిభుజముల యొక్క వైశాల్యాలు గణింపచేయవలెను. (గ్రాప్ పేపర్లను ఉపయోగించి)



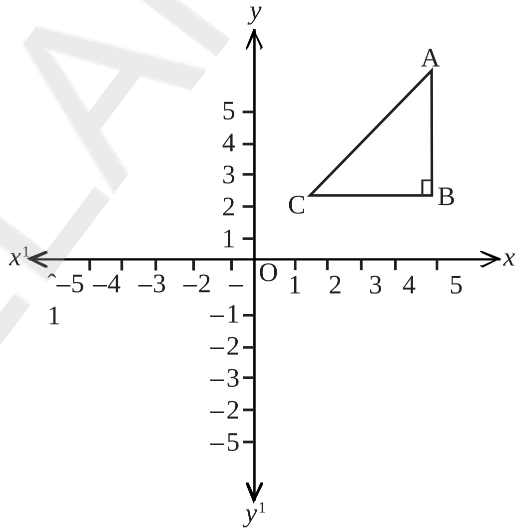
పటం (i)



పటం (ii)



పటం (iii)



పటం (iv)

బోధనాసామాగ్రి

1) చార్టులు
2) గ్రాఫ్ పేపర్లు

- విద్యార్థులు నిరూపకతలంలో గీయగల్గిన వేరు వేరు ఆకారములు కలిగిన లంబకోణ త్రిభుజవైశాల్యంలను గణించగల్గుతారు.

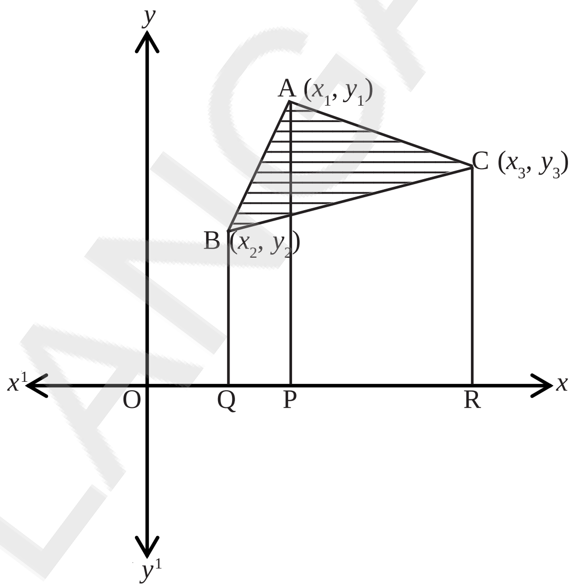
SCERT TELANGANA

- నిరూపక తలంలో A, B మరియు Cల శీర్షంలు ఇచ్చినప్పుడు Δ ABC యొక్క వైశాల్యం కనుగొనగలరా? ఆలోచించండి. (హెరాన్ పద్ధతి)

పై సమస్యలను విద్యార్థులు తరగతి గదిలో వ్యక్తిగతంగా సాధిస్తారు. పూర్తి తరగతిలో విద్యార్థులతో చర్చింపచేయడం. వారి ద్వారా కొన్ని పరిశీలనలను గుర్తింపచేయుట.

పిల్లలతో చార్టుపై గాని లేదా నల్లబల్లపై గాని క్రింది విధమైన పటంను గీసి, తగురీతిలో ప్రశ్నల ద్వారా A, B మరియు C శీర్షంలు ఇచ్చినప్పుడు ఏదేని ΔABC యొక్క వైశాల్యంను గణించుటకు ఉపయోగపడే సూత్రంను ఉత్పాదించుట.

ఏదేని త్రిభుజం ABCలో A $(x_1\ y_1)$ మరియు B(x_2, y_2) అనుకొనుము.



X– అక్షంపైకి A, B మరియు Cల నుండి AP, BQ మరియు CR లంబంలను గీయండి.

- పటంలో సూచించబడిన ట్రెపీజియంలకు గుర్తించండి. ABQP, APRC మరియు BQRC లు.

పై పటంలో PQ, QR మరియు QR విలువలను A, B మరియు Cల యొక్క X – నిరూపకంలో తెల్పండి.

PQ = $x_1 - x_2$, QR = $x_3 - x_1$ మరియు PR = $x_3 - x_1$ లు.

- హెరాన్ పద్ధతితో పాటు మరి ఏదయిన ప్రత్నామాయ పద్ధతిని సూచించ గలరా?

- ABQP ట్రెపీజియం వైశాల్యం ఎంత? $\frac{1}{2}(\text{BQ} + \text{AP})\text{PQ}$

- ACRP ట్రెపీజియం వైశాల్యం ఎంత? $\frac{1}{2}(\text{AP} + \text{CR})\ \text{PR}$

- BQRC ట్రెపీజియం వైశాల్యం ఎంత? $\frac{1}{2}(\text{BQ} + \text{CR})\ \text{QR}$

SCERT TELANGANA

- Δ ABC వైశాల్యంను ABQP ట్రెపీజియం, ACRP ట్రెపీజియం మరియు BQRC ట్రెపీజియం వైశాల్యములలో ఏ విధంగా రాయగలము?

$\rightarrow$ Δ ABC వై = ABQP ట్రెపీజియం వై + ACRP ట్రెపీజియం వై – BQRC ట్రెపీజియం వై

$$= \frac{1}{2}(BQ + AP)\,PQ + \frac{1}{2}(AP + CR)\,PR - \frac{1}{2}(BQ + CR)\,QR$$

$$= \frac{1}{2}\left[(y_2 + y_1)(x_1 - x_2) + (y_1 + y_3)(x_3 - x_1) - (y_2 + y_3)(x_3 - x_2)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left[x_1(y_2 + y_1 - y_1 - y_3) + x_2\,(y_2 + y_3 - y_2 - y_1) + x_3(y_1 + y_3 - y_2 - y_3)\right]$$

$$= \frac{1}{2}\left|x_1\,(y_1 - y_2) + x_2\,(y_3 - y_1) + x_3\,(y_1 - y_2)\right| \rightarrow (1)$$

Δ ABC వైశాల్యంను విద్యార్థులచే నల్లబల్లపై సూక్ష్మీకరింప చేసి, త్రిభుజ వైశాల్యం ఎల్లప్పుడు ధనాత్మకం అనే భావన కూడ కల్పించవలెను, అవసరం అయితే విద్యార్థులకు $\lvert x \rvert = x\ ;\ x \geq 0$ $= -x\ ;\ x < 0$ భావన కూడ కల్పించవలసిన అవసరం ఉంటుంది.

పై సూత్రంను ఉత్పాదించిన తర్వాత విద్యార్థులచే వ్యక్తిగతంగా కొన్ని సమస్యలను సాధింప చేయవలెను.

- (5, 2), (3, –5) మరియు (–5, –1) అనే బిందువులచే ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యంను గణించండి.
- (2, 0), (1, 2) మరియు (1, 6) అనే బిందువులచే ఏర్పడే త్రిభుజ వైశాల్యంను కనుగొనండి. మీ పరిశీలనలను తెల్పండి.

4. స్వీయ మూల్యాంకనం :

అంశం	చాలా బాగుంది	బాగుంది	ఫరవాలేదు	మెరుగుదల అవసరం
ప్రాథమిక భావనలు				
వైశాల్యాల భావనలు త్రిభుజ వైశాల్యంలు కనుగొనడం				
త్రిభుజ వైశాల్యంనకు సంబంధించిన సమస్యల సాధన				

SCERT TELANGANA

5. విస్తృత అభ్యసనం :- విద్యార్థుల యొక్క అభ్యసనం పెంపొందించుట కొరకు నిజజీవిత సంబంధించిన ప్రశ్నలను కొన్నింటిని సాధింపచేయవలెను.

- ఒక ఇంటిస్థలం యొక్క నమూనాలో హద్దులు A (–5, 7), B (–4, –5), C (–1, –6) మరియు D (4, 5)లు అయితే, ఆ నమూనా ఇంటిస్థలం యొక్క వైశాల్యంను గణించండి.

6. HOTS

- $(a, 0)$, $(0, b)$ మరియు $(5, 5)$, ఇచ్చుట $(a \neq b \neq 0)$ లు ఒకే రేఖపై ఉన్నట్లయితే a మరియు b ల మధ్య సంబంధం. (   )

1) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$ 2) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 5$

3) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{5}$ 4) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{-1}{5}$

ముగింపు :

అభ్యసన ఫలితాల సాధనకై తరగతి గదిలో నిర్వహించవలసిన కార్యక్రమాలు / వ్యూహాలు మొదలగు వాటి గూర్చి పూర్తి అవగాహనను పొంది పిల్లలు గణితాన్ని సమర్థవంతంగా నేర్చుకొని తాము నేర్చుకొన్న గణితాన్ని నిజజీవిత సందర్భాలలో సమర్థవంతంగా వినియోగించగలిగే జట్లుగా ప్రోత్సహిద్దాం. ఇంకా పిల్లలు విస్తృత అభ్యసనను తద్వారా ఉన్నతమైన ఆలోచనలను చేయగలుగుతూ, బహుళ విదమైన ఆలోచనలు నిర్ణయాలలో గణితాన్ని మరింత సమర్థవంతంగా వినియోగించుకునేటట్లుగా ప్రోత్సహిద్దాం.

(vii) ఒక యూనిట్ చదరం గల గ్రిడ్ పేపర్ / గ్రాఫ్ పేపర్ ఉపయోగించి, సంవృత పటాల వైశాల్యాలను అంచనావేయడం - Class VI

1. అభ్యసన ఫలితం (Learning outcome) :- ఒక యూనిట్ చదరం గల గ్రిడ్ పేపర్ / గ్రాఫ్ పేపర్ ఉపయోగించి, సంవృత పటాల వైశాల్యాలను అంచనావేయగలరు. (Find out approximate area of a closed shapes by using unit square grid / graph sheet.)

2. పూర్వ భావనలు (Prerequistics) :- వైశాల్యం భావన, దీర్ఘచతురస్రం, చతురస్రం, యూనిట్ చదరం, సంవృత పటం, వివృత పటం.

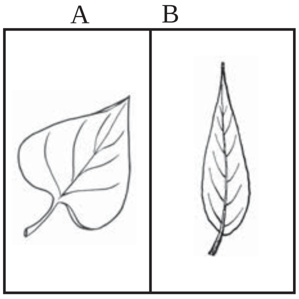
సంబంధిత భావనలు (Related concepts) :- సంవృతపటాల వైశాల్యం.

SCERT TELANGANA

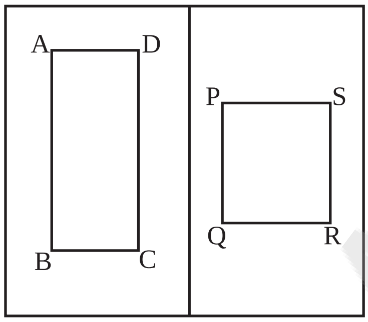
3. బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ (Pedagogical Process) :-

⋆ కృత్యం - 1

వివిధ రకాల ఆకులు / వస్తువుల, తలాల వైశాల్యాలను పోల్చడం.



దేని వైశాల్యం ఎక్కువ ?
(ఎలా చెప్పగలరు ?)



దేని వైశాల్యం ఎక్కువ ?
(ఎలా చెప్పగలరు ?)

⋆ కృత్యం - 2

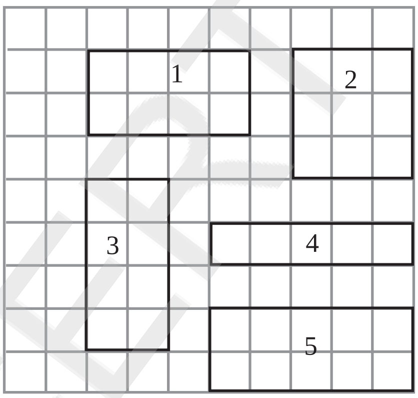
వైశాల్యం భావన :

కావలసిన వస్తువులు : గ్రాఫ్ పేపర్, పెన్సిల్, స్కేలు

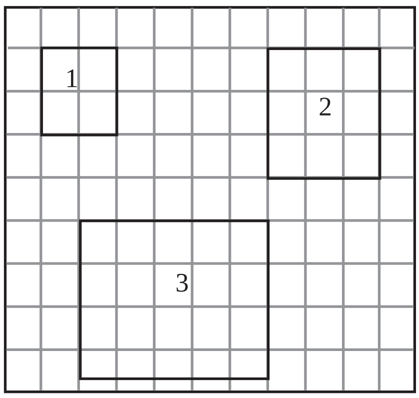
కృత్య విధానం : 1) గ్రాఫ్ పేపర్ పై వివిధ రకాల దీర్ఘచతురస్రాలను గీయించి, చదరపు యూనిట్‌లను లెక్కించడం ద్వారా వైశాల్యాన్ని లెక్కించడం.

2) అదే విధంగా గ్రాఫ్ పేపర్ పై వివిధ రకాల చతురస్రాలను గీయించి, అందులోని చదరపు యూనిటులను లెక్కించడం ద్వారా వైశాల్యాన్ని లెక్కించడం.

3) చతురస్ర, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాలను లెక్కించడం వాటి మధ్య సంబంధాలను గ్రహింపజేయడం.



గ్రాఫ్ పేపర్-1



గ్రాఫ్ పేపర్-2

పట్టిక : 1

పటం	అడ్డు వరుసలోని యూనిట్ చదరాల సంఖ్య	నిలువు వరుసలోని యూనిట్ చదరాల సంఖ్య	మొత్తం యూనిట్ చదరాల సంఖ్య
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

పట్టిక : 2

పటం	అడ్డు వరుసలోని యూనిట్ చదరాల సంఖ్య	నిలువు వరుసలోని యూనిట్ చదరాల సంఖ్య	మొత్తం యూనిట్ చదరాల సంఖ్య
1.			
2.			
3.			

చర్చించండి :

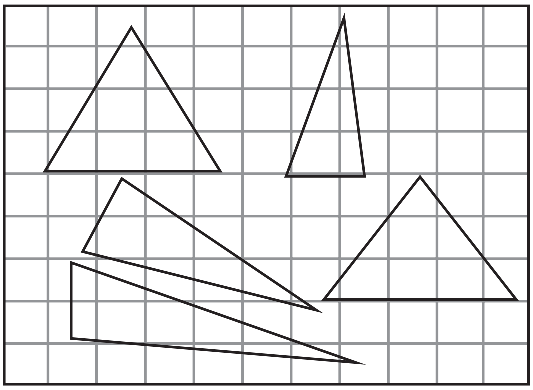
- పై పట్టిక-1 నుండి గ్రాఫ్ పేపర్-1లో ఏ ఆకారం ఎక్కువ ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించింది. ఏ ఆకారం తక్కువ ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించింది.
- పై పట్టిక-2 నుండి గ్రాఫ్ పేపర్-2లో ఏ ఆకారం ఎక్కువ ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించింది? ఏ ఆకారం తక్కువ ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించింది.
- పై పట్టిక 1,2 ల నుండి గ్రాఫ్ పేపర్ 1, 2 లలోని ఆకారాలలో ఏ ఆకారాలు సమాన ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించాయి. ఏవి సమాన ప్రదేశాన్ని ఆక్రమించలేదు?

  పై చర్చ ఆధారంగా యూనిట్ చదరాలు లెక్కించడం ద్వారా ఆకారాల తలాలు ఆక్రమించే ప్రదేశాన్ని "వైశాల్యం" అంటారనే భావనను అవగాహన పరచాలి.

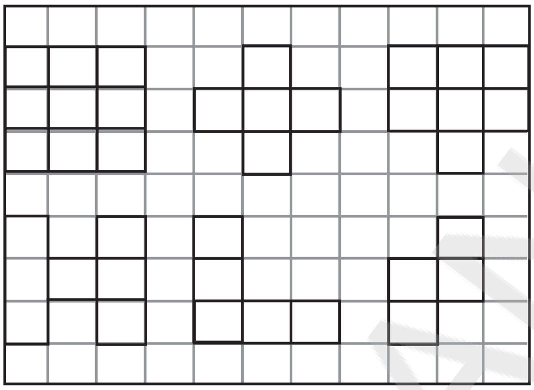
SCERT TELANGANA

☆ కృత్యం - 3

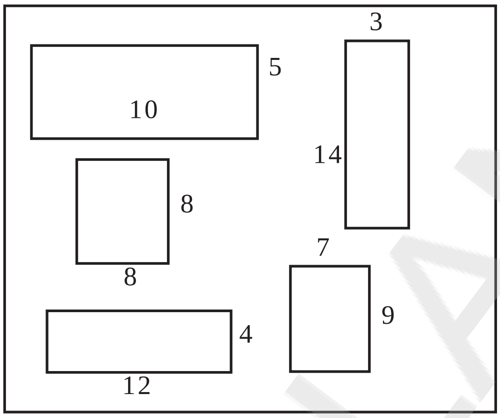
క్రమాకార ఆకారాల వైశాల్యాలను అంచనా వేయడం



పటం - 1



పటం - 2

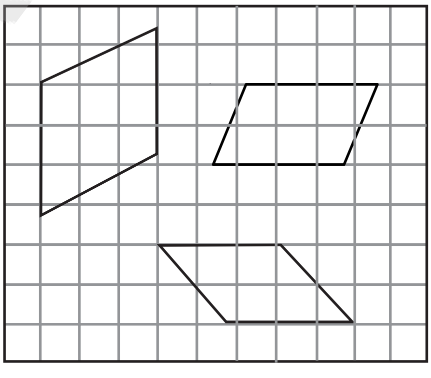


పటం - 3

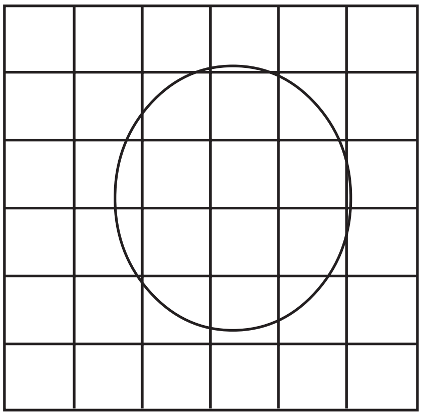
* పై మూడు పటాలలోని వివిధ ఆకారాలు ఆక్రమించిన ప్రదేశం ఆధారంగా వాటి వైశాల్యాన్ని అంచనవేయండి. ఏ ఆకారం వైశాల్యం ఎంతో యూనిట్ చదరాలను లెక్కించటం ద్వారా తెలుపమనండి.

☆ కృత్యం - 4 (Procedural Knowledge)

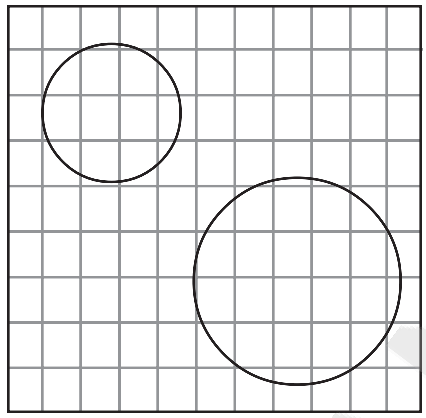
సమాంతర చతుర్భుజ వైశాల్యాన్ని అంచనా వేయడం.



వృత్తవైశాల్యాన్ని అంచనా వేయడం



గ్రాఫ్ పేపర్



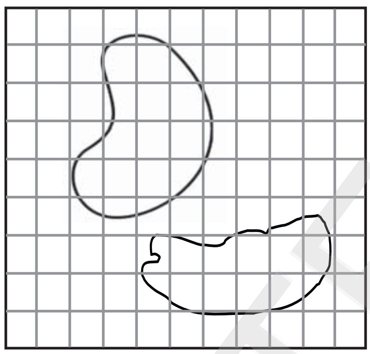
గ్రాఫ్ పేపర్

* ప్రతి గ్రిడ్‌పేపర్‌లలోని వివిధ ఆకారాలు ఆక్రమించిన ప్రదేశం ఆధారంగా వాటి వైశాల్యాన్ని అంచననావేయండి. ఏ ఆకారం వైశాల్యం ఎంతో యూనిట్ చదరాలను లెక్కించడం ద్వారా తెలుపమనండి.

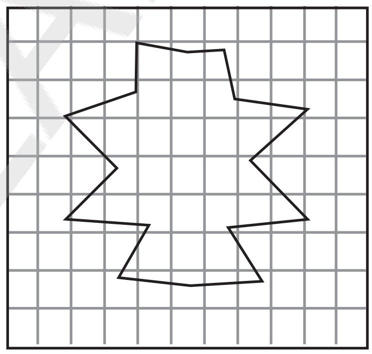
⋆ కృత్యం – 5

అక్రమాకార వస్తువుల ఉపరితల వైశాల్యాలను / సంవృత పటాల వైశాల్యాలను అంచనా వేయడం.

కావలసిన వస్తువులు : ఆకులు,



గ్రాఫ్ పేపర్



గ్రాఫ్ పేపర్

* పై గ్రిడ్‌లలోని ఆకారాలు ఆక్రమించిన ప్రదేశం ఆధారంగా వైశాల్యాన్ని అంచనా వేయండి. (యూనిట్ చదరాలను లెక్కించడం ద్వారా)

సూచన :

* మీ పరిసరాలలోని లభించే వివిధ వస్తువుల ఉపరితల వైశాల్యాలను Grid Paper / Graph Paper పై trace చేసి, వాటి వైశాల్యాలను గణించి పోల్చండి.

  (ఉదా॥ వివిధ రకాల ఆకులు, వస్తువుల ఉపరితలాలు మొదలగునవి)

* పై ఆకారాలు ఆక్రమించిన ప్రదేశాల వైశాల్యాన్ని తెలుసుకోడం కోసం యూనిట్ చదరాలను లెక్కించండి. ఇందుకు పూర్తి యూనిట్ చదరాన్ని, సగం కన్నా ఎక్కువ ఉన్న యూనిట్ చదరాలను 1 చదరపు యూనిట్ చదరాలుగా భావించి లెక్కించాలి. సగం కన్నా తక్కువ ఉన్న చదరాలను వదిలివేయమనాలి. ఇలా లెక్కించిన మొత్తం యూనిట్ చదరాల ఆధారంగా వైశాల్యంలను అంచనా వేయాలి.

SCERT TELANGANA

(viii) క్రమ ఘనాలు (ఘనం, దీర్ఘఘనం), క్రమ స్థూపాకార వస్తువుల ఉపరితల వైశాల్యాలు, ఘనపరిమాణములను కనుగొనగలరు -Class IX

1. **అభ్యసన ఫలితం (Learning outcome) :-** పిల్లలు క్రమ ఘనాలు (దీర్ఘఘనం), క్రమ స్థూపాకార వస్తువుల ఉపరితల వైశాల్యాలు మరియు వాటి ఘనపరిమాణములను కనుగొనగలరు.

2. **పూర్వ భావనలు (Prerequistics) :-** వైశాల్యం భావన, దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం మరియు త్రిపరిమాణ ఆకృతుల పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులు గుర్తించడం, గణించడం.

   సంబంధిత భావనలు (Related concepts) :- దీర్ఘఘనం మరియు క్రమ వృత్తాకార స్థూపముల ఉపరితల వైశాల్యం, ప్రక్కతల వైశాల్యం మరియు ఘనపరిమాణం, వృత్తభూపరిధి, వృత్తవైశాల్యం.

3. **బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ (Pedagogical Process) :-**

పూర్వభావనల కోసం అవగాహన కృత్యాలు :

⋆ కృత్యం - 1

కావలసిన వస్తువులు : దీర్ఘఘనం, సమఘనం, త్రిభుజాకార పట్టకం, పిరమిడ్, క్రమవృత్తాకార శంకువు, గోళము.

చర్చనీయాంశాలు :

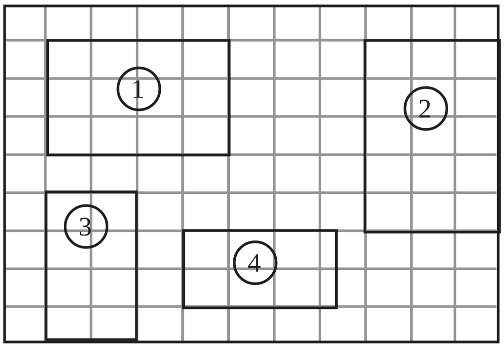
1) ఇవ్వబడిన ఘనాకార వస్తువులలో దీర్ఘఘనం, సమఘనం మరియు స్థూపాకారాలను గుర్తించుట.
2) దీర్ఘఘనం, సమఘనం మరియు స్థూపాకారాలకు గల తలముల (faces) సంఖ్యను, వాటి ఆకారాలను గుర్తించుట.
3) దీర్ఘఘనంలో ఎదురెదురు తలాల మధ్యగల సంబంధాన్ని గుర్తించుట.
4) క్రమ వృత్తాకార స్థూపము భూమి, పై కప్పుల మధ్యగల సంబంధాన్ని గుర్తించుట.

⋆ కృత్యం - 2

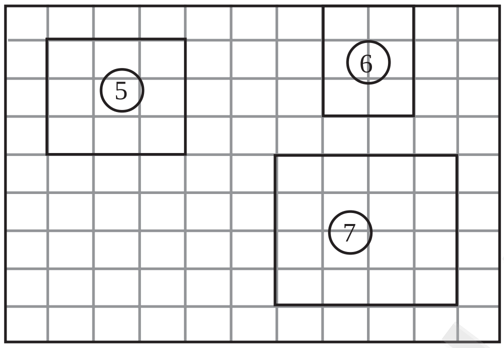
కావలసిన వస్తువులు : గ్రాఫ్‌పేపరు, పెన్సిలు, స్కేలు

చర్చనీయాంశాలు :

1) గ్రాఫ్ పేపరు పై వివిధ రకాల దీర్ఘచతురస్రాలను, గీయించి వాటి ఆధారంగా దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యానికి సూత్రాన్ని సాధారణీకరించడం.
2) గ్రాఫ్ పేపరుపై వివిధ రకాల చతురస్రాలను గీయించి వాటి ఆధారంగా చతురస్ర వైశాల్యానికి సూత్రాన్ని సాధారణీకరించడం.



గ్రాఫ్ పేపరు



గ్రాఫ్ పేపరు

- పై గ్రాఫు పేపరులోని దీర్ఘచతురస్రాలలో ఇమిడి ఉన్న ప్రమాణ చతురస్రాలు ఎన్ని?
- ఆ దీర్ఘచతురస్రం గ్రాఫుపేపరుపై ఎన్ని చతురస్రాల స్థలాన్ని ఆక్రమించింది?
- అడ్డువరుసలను మరియు నిలువు వరసలను లెక్కించి చూడండి.
- ఆ ఆకారంలోని మొత్తం చతురస్రాల సంఖ్యను పై అడ్డువరుసలు మరియు నిలువు వరసుల సంఖ్యకు సంబంధాన్ని ఆలోచించండి.

పట్టిక –1

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం సాధారణీకరించిన విధంగానే గ్రాఫుపేపరుపై గీసిన చతురస్రముల వైశాల్యంను సాధారణీకరించుటకు ఏమి చేయాలి?

క్ర.సం.	అడ్డ వరుస వెంబడి ఉన్న చదరాల సంఖ్య	నిలువు వరుస వెంబడి ఉన్న చదరాల సంఖ్య	మొత్తం యూనిట్ చదరాల సంఖ్య	అడ్డ వరుస, నిలువు వరుసలలో చదరాలకు మరియు మొత్తం యూనిట్ చదరాలకు మధ్య గల సంబంధం
1.				
2.				
3.				
4.				

దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం = పొడవు × వెడల్పు.

పట్టిక -2

క్ర.సం.	అడ్డు వరుస వెంబడి ఉన్న చదరాల సంఖ్య	నిలువు వరుస వెంబడి ఉన్న చదరాల సంఖ్య	మొత్తం యూనిట్ చదరాల సంఖ్య	అడ్డు వరుస, నిలువు వరుసలలో చదరాలు మరియు మొత్తం యూనిట్ చదరాలు మధ్య గల సంబంధం
5.				
6.				
7.				

చతురస్ర వైశాల్యం = భుజం × భుజం

అభ్యాసం :- సమస్యాసాధన

సమస్య 1 : 8 సెం.మీ. పొడవు, 4 సెం.మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

సమస్య 2 : 10 సెం.మీ. భుజం గల చతురస్ర వైశాల్యన్ని కనుగొనుము.

సమస్య 3 : సమాన వైశాల్యములు గల దీర్ఘచతురస్ర, చతురస్రముల కొలతలను ఊహించండి.

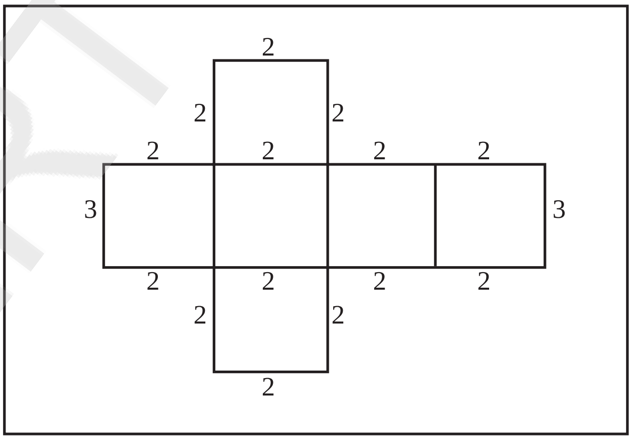
దీర్ఘఘనం ఉపరితల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుట.

⋆ కృత్యం - 3

కావలసిన వస్తువులు : దీర్ఘఘనాకార అట్టపెట్టెలు, గ్రాఫ్ పేపరు, కత్తెర.

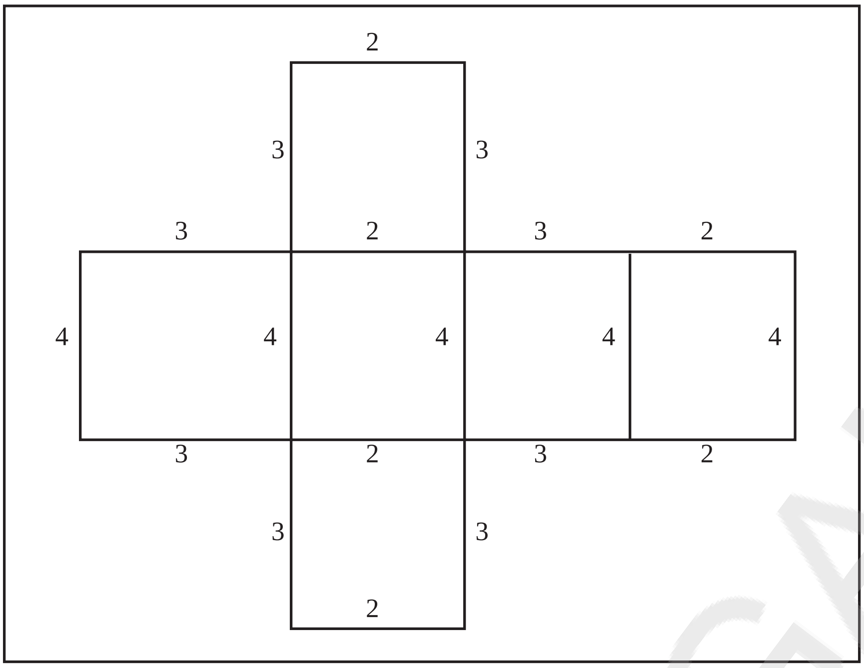
చర్చనీయాంశాలు : 1) దీర్ఘఘనాకార అట్టపెట్టెను ఒక అంచు వెంట కత్తిరించి దానిని వల రూపంలోకి మార్చవలెను.

2) దీర్ఘఘనాకార వల రూపాన్ని పటంలో చూపినట్లు గ్రాఫ్ కాగితంపై అమర్చవలెను.



గ్రాఫ్ పేపరు

(భూమి చతురస్రాకారం గల దీర్ఘఘనం)



గ్రాఫ్ పేపరు

(భూమి దీర్ఘ చతురస్రాకారం గల దీర్ఘఘనం)

చర్చనీయాంశాలు :

- దీర్ఘఘనాకార అట్టపెట్టే త్రిమితీయాకార వస్తువు ద్విమితీయ ఆకారంగా ఎలా మార్చగలిగారో? చర్చింపజేయాలి.
- విద్యార్థులచేత వలరూపం ఆక్రమించిన దీర్ఘచతురస్రాలు / చతురస్రాలు ఏవి ఎన్ని ఉంటాయో చర్చింపజేసి, లెక్కించమనాలి.
- ఒక్కొక్క దీర్ఘచతురస్రం / చతురస్రం ఎన్ని చదరపు యూనిట్లు వైశాల్యాన్ని కలిగి ఉంటుందో లెక్కించి విలువలను రాయమనాలి. ఇలా అన్నిటి మొత్తం విలువ ఇవ్వబడిన దీర్ఘఘనం ఉపరితల వైశాల్యంగా అవగాహన చేసుకొనేలా పిల్లలను ప్రోత్సహించాలి.

⋆ కృత్యం - 4

కావలసిన వస్తువులు : వివిధ రకాల దీర్ఘఘనాకార అట్టపెట్టెలు, స్కేలు.

1) వివిధ రకాల దీర్ఘఘనాకార అట్టపెట్టెల పొడవు (l), వెడల్పు (b), ఎత్తు (h)ల కొలతలను కనుగొని, దీర్ఘఘనంలో ఎదురెదురు ముఖాల మధ్య సంబంధాన్ని గుర్తింపచేయడం.
2) ఇచ్చిన దీర్ఘఘన ఉపరితల వైశాల్యం కనుగొనడానికై ఏమేమి చేయాలో ఆలోచింపజేయడం.

దీర్ఘఘనం ఉపరితల వైశాల్యం :

= తలం 1 వైశాల్యం + తలం 2 వైశాలం + తలం 3 వైశాల్యం + తలం 4 వైశాల్యం + తలం 5 వైశాల్యం + తలం 6 వైశాల్యం

= $lb + bh + lb + bh + lh + lh$

దీర్ఘఘనం ఉపరితల వైశాల్యం = $2 (lb + bh + lh)$

దీర్ఘఘన ప్రక్కతల వైశాల్యం ఎలా కనుగొంటారు?

⋆ కృత్యం - 5

కావలసిన వస్తువులు : దీర్ఘఘనం.

1) దీర్ఘఘనంలో ప్రక్కతలాలను గుర్తింపచేయడం. వాటి వైశాల్యాలను లెక్కించడం.

2) దీర్ఘఘనం ప్రక్కతలాల వైశాల్యల మొత్తాన్ని దీర్ఘఘనం ప్రక్కతల వైశాల్యంగా సాధారణీకరించడం.

దీర్ఘఘనం ప్రక్కతల వైశాల్యం :

= ప్రక్కతలం = 1 వైశాల్యం + ప్రక్కతలం = 2 వైశాల్యం + ప్రక్కతలం = 3 వైశాల్యం + ప్రక్కతలం = 4 వైశాల్యం

= $lh + bh + lh + bh$

= $2\,lh + 2bh$

= $2h\,(l + b)$

ఇదే విధంగా సమఘనానికి ఉపరితల వైశాల్యం, ప్రక్కతల వైశాల్యాలకు సూత్రాలను రాబట్టవచ్చును.

అభ్యాసం :- సమస్యసాధన

సమస్య 4 : 12 సెం.మీ., 9 సెం.మీ., 4 సెం.మీ. కొలతలు గల దీర్ఘఘనం యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం, ప్రక్కతల వైశాల్యాలను కనుగొనుము.

సమస్య 5 : దీర్ఘఘనం ప్రక్కతల వైశాల్యం 608 చ.సెం.మీ. దాని పొడవు 24 సెం.మీ., వెడల్పు 14 సెం.మీ. అయితే దీర్ఘఘనం ఎత్తు కనుగొని, పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తుల నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

SCERT TELANGANA

దీర్ఘఘనం ఘన పరిమాణాన్ని కనుగొనుట

⋆ కృత్యం - 6

కావలసిన వస్తువులు : ఒకే పొడవు, వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్రాకార దళసరి కాగితములు.

1) ఒకే పొడవు, వెడల్పు కల్గిన కాగితాలను పొడవు అంచుతో పొడవు అంచు, వెడల్పు అంచుతో, వెడల్పు అంచు ఏకీభవించునట్లు ఒకదాని పై మరొకటి పేర్చాలి. ఇలా కొన్ని కాగితాలను అమర్చినప్పుడు ఒక దీర్ఘఘనము ఏర్పడును అని పిల్లలు అవగాహన చేసుకునేలా ప్రోత్సహించడం.

ఘనపరిమాణం : భూ వైశాల్యం × ఎత్తు

దీర్ఘఘనం ఘన పరిమాణం : దీర్ఘఘన భూ వైశాల్యం × ఎత్తు

= పొడవు × వెడల్పు × ఎత్తు

= lbh

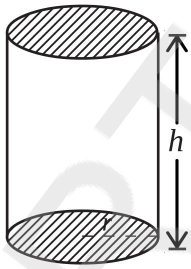
(ఇరువైపులా మూసి ఉన్న) క్రమ వృత్తాకార స్తూపం వక్రతల వైశాల్యం / సంపూర్ణతల వైశాల్యములను కనుగొనుట.

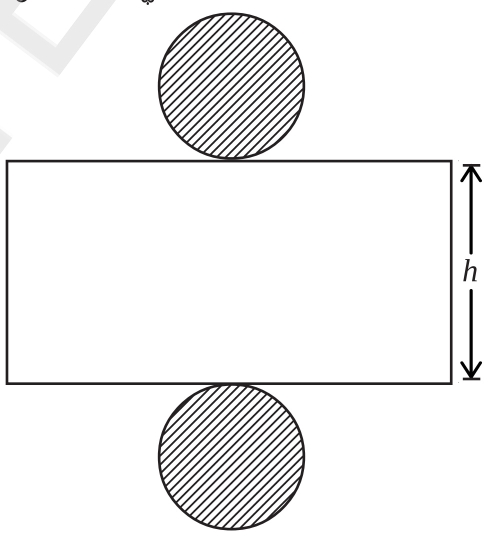
ఇవ్వబడిన క్రమవృత్తాకార స్థూపంలో

→ వక్రతల వైశాల్యాన్ని కల్గిఉండే ప్రాంతాన్ని గుర్తించడం.

→ సంపూర్ణతల వైశాల్యాన్ని కల్గిఉండే ప్రాంతాన్ని గుర్తించడం.

భూ వ్యాసార్థం "r", ఎత్తు "h" గా గల క్రమ వృత్తాకార స్థూపం వల రూపం.





→ క్రమ వృత్తాకార స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం = దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం.

→ క్రమ వృత్తాకార స్థూపం సంపూర్ణతల వైశాల్యం.

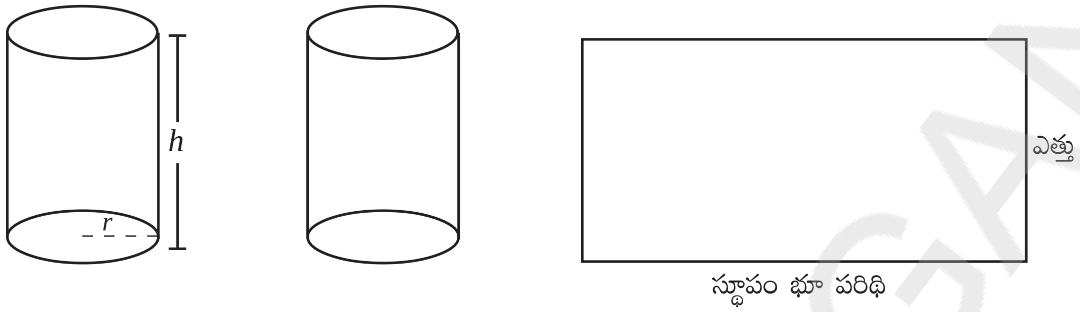
= స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం + భూమి వైశాల్యం + పై కప్పు వైశాల్యం

క్రమవృత్తాకార స్థూపం వక్రతల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుట.

☆ కృత్యం - 7

కావలసిన వస్తువులు : భూవ్యాసార్ధం "r" ఎత్తు h గా గల రెండు వైపుల తెరిచిన క్రమవృత్తాకార స్థూపం, కత్తెర.

1) క్రమ వృత్తాకార స్థూపాన్ని కత్తెరతో ఎత్తు భాగం వెంబడి కత్తిరించగా అది దీర్ఘచతురస్రాకారాన్ని కల్గి ఉంటుందని గమనింపజేయాలి.



భూ వ్యాసార్ధం "r" గా గల క్రమవృత్తాకార స్థూపం. భూ పరిధి $2\pi r$, భూ వైశాల్యం πr^2 అని గత తరగతులలో అధ్యయనం చేసినాము.

Procedural Knowledge :

క్రమ వృత్తాకార స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం = దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం

(స్థూపాన్ని కత్తిరించగా ఏర్పడిన దీర్ఘచతురస్ర పటం ఆధారంగా)

= పొడవు × వెడల్పు

= స్థూపం భూ పరిధి × స్థూపం ఎత్తు

= $2\pi rh$

క్రమ వృత్తాకార స్థూపం సంపూర్ణతల వైశాల్యం

= స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం + భూ వైశాల్యం + పై వృత్తతల వైశాల్యం

= స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం + 2 భూ వైశాల్యం

= $2\pi rh + 2\pi r^2$

= $2\Pi r\ [h + r]$

అభ్యాసం:- సమస్య : 10.5 సెం.మీ. భూ వ్యాసార్థం, 8 సెం.మీ. ఎత్తు గల క్రమ వృత్తాకార స్థూపం ప్రక్కతల వైశాల్యాన్ని, సంపూర్ణతల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము.

SCERT TELANGANA

క్రమ వృత్తాకార స్థూపం ఘన పరిమాణం కనుగొనుట.

⋆ కృత్యం – 8

కావలసిన వస్తువులు : సమాన వృత్త పరిధి, వృత్త వైశాల్యం గల రూపాయి నాణెములు 50 లేదా క్యారం బోర్డు కాయిన్స్ 20.

1) సమాన వృత్త పరిధి, వృత్త వైశాల్యం గల రూపాయి నాణెములు 50 లేదా క్యారంబోర్డు కాయిన్స్ 20లను ఒక దానిపై మరొకటి ఉండునట్లు అమర్చగా క్రమ వృత్తాకార స్థూపం ఏర్పడును అని పిల్లలకు అవగాహన కల్పించాలి.

స్థూపం ఘనపరిమాణం = భూ వైశాల్యం × ఎత్తు

= $\pi r^2 h$

సమస్య : భూ వ్యాసార్థం 28 సెం.మీ., ఎత్తు 35 సెం.మీ. గల క్రమ వృత్తాకార స్థూపం వక్రతల వైశాల్యం, సంపూర్ణతల వైశాల్యం, ఘన పరిమాణములను కనుగొనుము.

కొనసాగింపు కృత్యాలు :

1. ఒక దీర్ఘఘనాకారపు దిమ్మెపై క్రమస్థూపాకారములోనున్న పైమూతగల్గిన నీటి ట్యాంకు నిర్మించబడినది. ఆ మొత్తం నిర్మాణానికి రంగువేయుటకు, ఒక చదరపు మీటరుకు ₹75 రూపాయిలు ఖర్చయిన మొత్తం నిర్మాణానికి రంగు వేయుటకు ఎంత ఖర్చు అగును?

   పై సమస్యసాధనను పిల్లలు ఎలా చేయగలరు? దీనికి వారు ఏమి భావనలు, అంశాలు ఆలోచించి సాధన పద్ధతిని ఎన్నుకుంటారు? ప్రక్రియను ఎలా కొనసాగిస్తారో చర్చింపజేయండి.

(ix) దత్తాంశాన్ని అవగాహన చేసుకొని, కమ్మీచిత్రాలు, 'పై' చిత్రాల రూపంలో ప్రదర్శిస్తారు - Class VII

1. **అభ్యసన ఫలితం :–** విద్యార్థులు దత్తాంశ సేకరణ వర్గీకరణ గురించి అవగాహన చేసుకొని, కమ్మీచిత్రాలు, 'పై' చిత్రాల ప్రదర్శన (వ్యాఖ్యానము) పై నైపుణ్యం సాధించగలరు.

2. **పూర్వభావనలు :–**

   ◆ **పూర్వ భావనలు :**

   ○ దత్తాంశము. ○ దత్తాంశ వర్గీకరణ. ○ దత్తాంశ విశ్లేషణ.

SCERT TELANGANA

- ○ గ్రాఫు పై నిరూపక అక్షాలు గుర్తించుట.
- ○ వృత్త కేంద్రము వద్ద గల కోణము.
- ○ వృత్తమును సెక్టారుగా విభజించడము.

◆ **సంబంధిత భావనలు :**

- ○ దత్తాంశాన్ని ప్రదర్శించుట.
- ○ కమ్మీ చిత్రాల ప్రదర్శన.
- ○ కమ్మీ చిత్రాల పై వ్యాఖ్యానము.
- ○ 'పై' చిత్రము ప్రదర్శన.
- ○ 'పై' చిత్రము పై వ్యాఖ్యానము.

3. బోధనాభ్యసన ప్రక్రియ :-

- ○ విద్యార్థులను బృందాలుగా విభజించడం.
- ○ విద్యార్థులకు చార్టులు, గ్రాఫు, పెన్సిల్, కలర్ స్కేచ్‌లు ఇవ్వాలి.
- ○ దత్తాంశాన్ని, చర్చించవలసిన అంశాన్ని నల్లబల్లపై రాయాలి.

దత్తాంశాన్ని కమ్మీచిత్రరూపంలో చూపుట

☆ కృత్యం - 1

– 7వ తరగతి విద్యార్థుల బరువులను కమ్మీ చిత్రరూపంలో చూపుము.

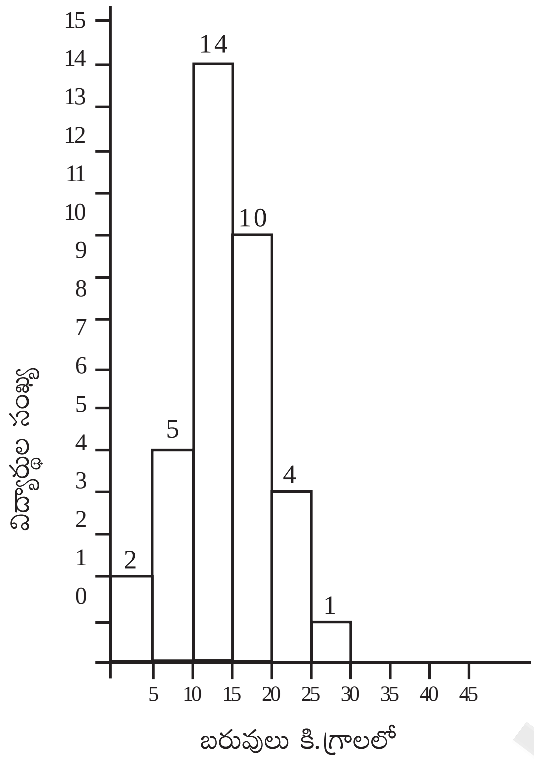
బరువు కి.గ్రా.	20-25	25-30	30-35	35-40	40-45	45-50
విద్యార్థుల సంఖ్య	2	2	14	10	4	1

చర్చించవలసిన అంశాలు :

1) అతి తక్కువ విద్యార్థులు గల (పౌనః పున్యము) తరగతి ఏది?
2) అత్యధిక విద్యార్థులు గల తరగతి ఏది?
3) అతి తక్కువ బరువుగల విద్యార్థులు ఎందరు?
4) అత్యధిక బరువుగల విద్యార్థులు ఎందరు?
5) 25 కి.గ్రా., 30 కి.గ్రా మధ్యగల విద్యార్థులు ఎందరు?

విద్యార్థుల బరువులను కమ్మీచిత్ర రూపంలో చూపుట :

- 2 సెం.మీ., 5 సెం.మీ., 14 సెం.మీ, 10 సెం.మీ., 4 సెం.మీ., 1 సెం.మీ. పొడవుగల రంగు కాగితపు ముక్కలు కత్తిరించి గ్రాఫుపై అతికించాలి.



⋆ **కృత్యం - 2**

దత్తాంశమును 'పై' చిత్ర రూపంలో ప్రదర్శించుట.

ఒక తరగతిలోని 30 మంది విద్యార్థుల గ్రేడులు పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి. ఈ సమాచారం 'పై' చిత్రరూపంలో ప్రదర్శించండి.

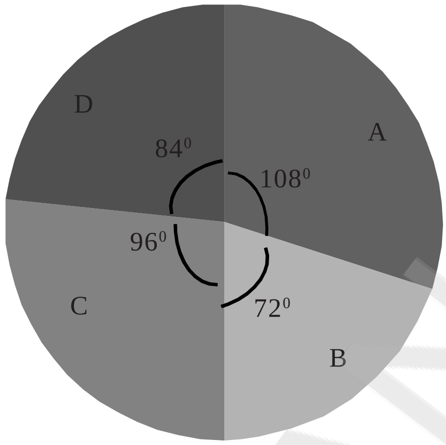
గ్రేడు	A	B	C	D
విద్యార్థుల సంఖ్య	9	6	8	7

చర్చించవలసిన అంశాలు :

1) అత్యధిక విద్యార్థులు కలిగిన గ్రేడు ఏది?
2) అత్యల్ప విద్యార్థులు కలిగిన గ్రేడు ఏది?
3) పై సమాచారాన్ని వృత్తపటరూపంలో ఎలా సూచించవచ్చు? వృత్తంలో కేంద్రం వద్ద గల కోణం ఎంత ?
4) C గ్రేడు సెక్టారు కోణం ఎంత?
5) అత్యధిక సెక్టారు కోణం కలిగిన గ్రేడు ఏది?
6) సెక్టారు కోణం 84^0 కలిగిన గ్రేడు సాధించిన విద్యార్థుల సంఖ్య ఎంత?

ఒక విద్యార్థిని చూపు కోణం $\frac{360^0}{30} = 12^0$

గ్రేడు	విద్యార్థుల సంఖ్య	కోణము
A	9 $\xrightarrow{\times 12}$	108^0
B	6 $\xrightarrow{\times 12}$	72^0
C	8 $\xrightarrow{\times 12}$	96^0
D	7 $\xrightarrow{\times 12}$	84^0
	30	360^0



4. స్వీయ అంచనా

ప్రాతిపదిక	చాలా బాగా అర్థమైంది	బాగా అర్థమైంది	అర్థమైంది	కొంచెం అర్థం అయింది	అర్థము కాలేదు
కమ్మీ చిత్రాలు					
పై చిత్రాలు					

5. కొనసాగింపు కృత్యము :

1. క్రింది దత్తాంశమునకు కమ్మీచిత్రము గీయుము.

ఎత్తు సెం.మీ.	90	95	100	105	110
పిల్లల సంఖ్య	15	10	20	16	4

2. కింది దత్తాంశమునకు 'పై' చిత్రాన్ని గీయుము.

ఒక విద్యార్థికి వచ్చిన మార్కులు

విషయము	తెలుగు	హిందీ	ఇంగ్లీషు	గణితము	సైన్సు	సాంఘికశాస్త్రము
మార్కులు	74	78	64	80	57	67

(x) యూక్లిడ్ భాగాహార విశేషవిధిని ఉపయోగించి రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా. కనుగొనడం ద్వారా దానిని గ్రిడ్‌పేపర్‌పై ప్రదర్శించడం మరియు నిత్యజీవిత సంఘటనలలో అనుసంధానం చేయడం Class X

1. అభ్యసన ఫలితం :-

1) యూక్లిడ్ భాగాహార విశేష విధిని ఉపయోగించి రెండు సంఖ్యల గ.సా.భాను కనుగొనుట.

2) గ.సా.భా. భావనను నిజజీవిత సంఘటనలతో అనుసంధానం చేస్తారు.

2. పూర్వభావనలు :-

1) కారణాంకాలు 2) భాగాహారం 3) భాగహార విశేషవిధి 4) గుణిజాలు

3. సంబంధిత భావనలు :-

1) రెండు సంఖ్యలు, వాటి గ.సా.భా నుండి క.సా.గు కనుగొనుట.

2) భాగాహార విశేషవిధినుపయోగించి, a, b లు రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యలై, ప్రతీ 'a' ను, bq + r రూపంలో రాయుట. (b < a)

3) ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిలో HCF ను కనుగొనుట.

4. పూర్వభావనలకు సంబంధించిన అవగాహన కోసం ఈ క్రింది కృత్యాన్ని చేయించాలి.

జట్టు కృత్యం (Activity) 1 : ఒక పాఠశాలలోని 18 మంది విద్యార్థులు ఈ కృత్యంలో పాల్గొన్నారు. అది ఈ విధంగా ఉంది.

పాఠశాలలోని 14 గదులకు ఉన్న 18 తలుపులకు '1' నుండి '18' వరకు వరుస సంఖ్యలు కేటాయించబడ్డాయి. మొదటి విద్యార్థి అన్ని తలుపులను తెరిచాడు. రెండవ విద్యార్థి సరిసంఖ్య గల తలుపులను మూసివేశాడు. 3వ విద్యార్థి మూడు యొక్క గుణిజాల తలుపులను అవి మూసి ఉంటే తెరిచి, తెరిచి ఉంటే మూశాడు. 4వ విద్యార్థి నాలుగు యొక్క గుణిజాల తలుపులను, అవి మూసి ఉంటే తెరిచి; తెరిచి; ఉంటే మూశాడు. ఈ విధంగా అందరు విద్యార్థులు ఈ కృత్యంలో పాల్గొన్నారు.

చర్చించవలసిన ప్రశ్నలు :

1) తెరచి ఉన్న తలుపులు ఎన్ని? అవి ఏవి?

2) మూసి ఉన్న తలుపులు ఎన్ని అవి ఏవి?

3) తెరిచి ఉన్న తలుపుల సంఖ్యలకు సామాన్య ధర్మం ఏమైనా ఉందా?

4) ఆ ధర్మానికి అవి తెరవబడి ఉండటానికి సంబంధం ఏమై ఉంటుంది?

5) ఇక్కడ గమనించిన ధర్మంతో '*n*' తలుపుల భవనానికి, ఇదే కృత్యం నిర్వహిస్తే తెరిచి ఉంచే తలుపుల సంఖ్యను సాధారణీకరించగలమా?

5. గ.సా.కా భావనను వివిధ పద్ధతుల ద్వారా పాతినిధ్యపరుచుట, ప్రదర్శించుట :

Activity 1 : 60 సెం.మీ., 100 సెం.మీ.ల పొడవులు మరియు సమాన వెడల్పులు 2 సెం.మీ. కలిగిన రెండు పేపర్ strips (ముక్కలను) తీసుకుందాం. ఈ రెండు పేపర్ stripsను ఏ భాగము మిగలకుండా పూర్తిగా కొలవడానికి ఉపయోగించగల గరిష్ఠ పొడవు గల పేపర్ ముక్కను కనుగొందాము.

60 సెం.మీ. ల పొడవు గల పేపర్ stripతో 100 సెం.మీ పొడవు గల పేపర్ stripను కొలచినట్లైతే ఇంకా 40 సెం.మీ. భాగము మిగిలిపోతుంది.

ఇప్పుడు 40 సెం.మీ.ల పొడవు గల పేపర్ stripతో 60 సెం.మీ. పొడవు గల పేపర్ stripను కొలుద్దాం. ఇప్పుడు కూడా 20 సెం.మీ.ల భాగం మిగిలిపోతుంది. అలాగే 20 సెం.మీ.ల పొడవు గల పేపర్ stripతో 40 సెం.మీ.ల పొడవు గల పేపర్ stripను కొలుద్దాం. ఇప్పుడు 20 సెం.మీ.ల భాగం మిగిలిపోతుంది. మిగిలిన 20 సెం.మీ.ల భాగంను గతంలో ఉపయోగించిన 20 సెం.మీ.ల పొడవు గల పేపర్ stripతో కొలిచినట్లయితే ఆ రెండు ఒకదానికొకటి ఏకీభవిస్తాయి. అనగా ఇక్కడ ఏమీ మిగలదు.

దీనిని బట్టి 60 సెం.మీ., మరియు 100 సెం.మీ. పొడవులు కలిగిన రెండు పేపర్ stripsలోని ఏ భాగం మిగలకుండా పూర్తిగా కొలవడానికి ఉపయోగించగల పేపర్ ముక్క యొక్క గరిష్ఠ పొడవు 20 సెం.మీ. లు అని గమనించవచ్చు.

6. కొనసాగింపు ప్రశ్నలు - చర్చ :-

1) పై కృత్యంలో 8వ సంఖ్య తలుపు వద్దకు ఏఏ విద్యార్థులు వెళ్ళారు?

2) 12వ సంఖ్య తలుపు వద్దకు ఏఏ విద్యార్థులు వెళ్ళారు?

3) ఆ రెండు తలుపుల వద్దకు వెళ్ళిన చివరి విద్యార్థి ఎవరు?

8వ తలుపు వద్దకు వెళ్ళినవారు	:	1, 2, 4, 8
12వ తలుపు వద్దకు వెళ్ళినవారు	:	1, 2, 3, 4, 6, 12
ఆ రెండు తలుపుల వద్దకు వెళ్ళిన విద్యార్థులు	:	1, 2, 4
వారిలో చివరి విద్యార్థి సంఖ్య	:	4

పై చర్చ ఆధారంగా ప్రస్తావించిన గణిత భావనలు

8 యొక్క కారణాంకాలు	:	1, 2, 4, 8

SCERT TELANGANA

12 యొక్క కారణాంకాలు : 1, 2, 3, 4, 6, 12

వాటి సామాన్య (ఉమ్మడి) కారణాంకాలు : 1, 2, 4

వీటిలో గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం : 4

అనగా 8, 12 ల గ.సా.కా. : 4

దీనిని HCF (8, 12) = 4 అని రాస్తాము.

ఇది కారణాంకాల జాబితా పద్ధతి ((List Method))లో గ.సా.కాను కనుగొనుట.

అభ్యాసం (వ్యక్తిగత పని) :

* కారణాంకాల జాబితా పద్ధతిలో 10, 14ల గ.సా.కాను కనుగొనండి.

చర్చించవలసిన ప్రశ్నలు :

- పై రెండు సమస్యల నుండి, రెండు సంఖ్యల మొత్తానికి, గ.సా.కాకు గల సంబంధాన్ని చెప్పగలరా?
- రెండు సంఖ్యల భేదానికి, గ.సా.కాకు గల సంబంధాన్ని ఊహించగలరా?

HOTS :

నిజజీవిత అన్వయ సందర్భం : కృప వాళ్ళ మామ అమెరికా నుండి వచ్చేటప్పుడు కొన్ని 10 కిలోల బ్యాగులు, 24 కిలోలల బ్యాగులు తెచ్చాడు. వాటి మొత్తం బరువు 125 కిలోలు అని చెప్పగానే, కృప అది తప్పు అని చెప్పగలిగింది. ఎలా?

చర్చ : 1) మొత్తం బరువు 120 కిలోలు కావటం సాధ్యమేనా?

2) మొత్తం బరువు 130 కిలోలు అయితే ఏ రకం బ్యాగులు ఎన్ని ఉంటాయి?

అభ్యసనం :

* భాగాహార విశేషవిధిని, ఒకసారి గుర్తుకు తెచ్చుకుందాం.
* a, bలు రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యలైన $a = bq + r,\ 0 \le r < b$ అయ్యేట్లు, ఒక ధన పూర్ణసంఖ్యలు q మరియు r లు వ్యవస్థితం అవుతాయి.
* అనగా రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల భాగాహారాన్ని $a = bq + r$ రూపంలో రాయవచ్చు.
* 14 ను 10 చే భాగించి $a = bq + r$ రూపంలో రాయగా

$$14 = 10 \times 1 + 4$$

కారణాంక పద్ధతిలో 14, 10ల గ.సా.కా. '2' అని చెప్పుకున్నాం కదా!

$\therefore$ HCF (14, 10) = 2 ...... (1)

SCERT TELANGANA

కారణాంక పద్ధతిలో 10, 4 ల గ.సా.కా. కనుగొందాం

10 కారణాంకాలు : 1, 2, 5, 10

4 కారణాంకాలు : 1, 2, 4

సామాన్య కారణాంకాలు : 1, 2

గ.సా.కా = 2

$\therefore$ HCF (10, 4) = 2 ...... (2)

అనగా ఒక భాగాహారంలో విభాజ్యం, విభాజకాల గ.సా.కా., విభాజకం, శేషంల గ.సా.కాకు సమానం. ఇది ప్రతి భాగాహారానికి వర్తిస్తుంది. మరియు ఇది యూక్లిడ్ విశేషవిధికి పునాది అవుతుంది.

పై ఉదాహరణ నుండి HCF (14, 10) = HCF (10, 4) = HCF (4, 2) = 2 అని గమనించవచ్చు.

కావున యూక్లిడ్ విశేషవిధి ప్రకారం రెండు సంఖ్యల గ.సా.కా. కనుగొనటానికి, మొదట ఆ రెండు సంఖ్యల భా.శే.వి.ని రాయాలి. తరువాత విభాజకం, శేషాల భాగాహార విశేషవిధిని రాస్తూ పోవాలి. ఇలా శేషం '0' వచ్చేంతవరకూ రాయగా, '0' కాని చివరి శేషం గ.సా.కా. కావటాన్ని గమనిస్తాం.

అభ్యాసం : 1) యూక్లిడ్ భాగాహారశేష విధిని అనుసరించి (i) 18, 24 (ii) 14, 22 ల గ.సా.కా కనుగొనుము.

2) ఒక పాఠశాలలోని ఉపాధ్యాయుడు తన విద్యార్థులకు ఇచ్చేందుకు 39 నోట్ పుస్తకాలను, 26 పెన్నులను ఖరీదు చేసి, తరగతిలోని అందరు విద్యార్థులకు, ప్రతి విద్యార్థికి సమాన సంఖ్యలో పెన్నులు, సమాన సంఖ్యలో నోటు పుస్తకాలు వచ్చే విధంగా పంచగా ఇద్దరు విద్యార్థులు మిగిలిపోయారు. మరుసటిరోజు వారికి పంచవలసినవి కొని అందించాడు. మొత్తం తరగతి విద్యార్థులు ఎందరు? మొత్తం పంచిన నోట్‌పుస్తకాలు, పెన్నులు ఎన్ని?

Activity 2 వ్యక్తిగత కృత్యం : చతురస్రాల సహాయంతో (గ్రాఫ్ పేపర్ పై గ.సా.కాను నిర్ధ్యపరుచుట)

10, 6ల గ.సా.కా కనుగొనటానికి

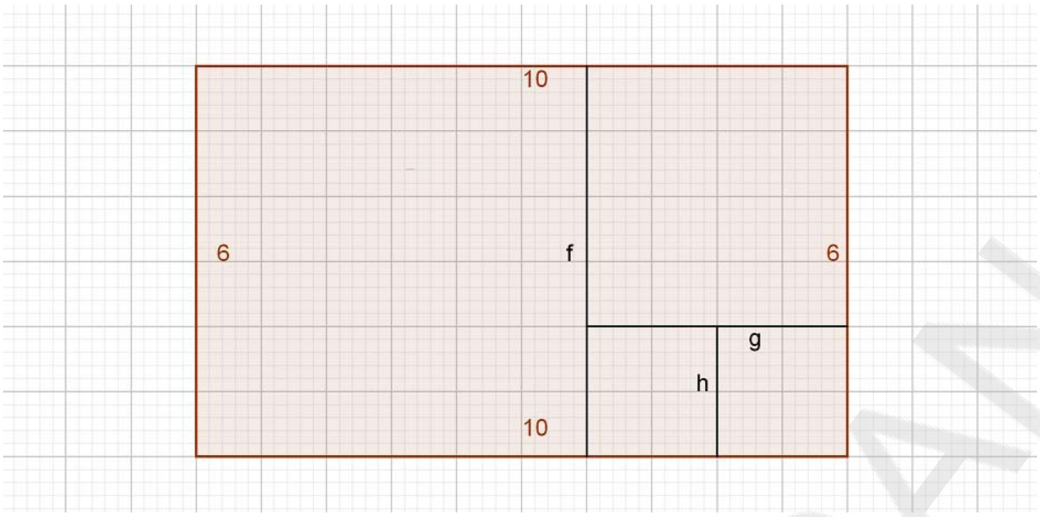
1) గ్రాఫ్ పేపర్‌పై 10 × 6 దీర్ఘచతురస్రాన్ని గీయండి.

2) దీర్ఘచతురస్రంలోని ఏ భాగమూ మిగలకుండా, దాని నుండి వేరు చేయగలిగిన అతి చిన్న చతురస్రాలు ఎన్నో గుర్తించండి.

3) అతి చిన్న చతురస్రం యొక్క భుజం పొడవును గుర్తించండి.

SCERT TELANGANA

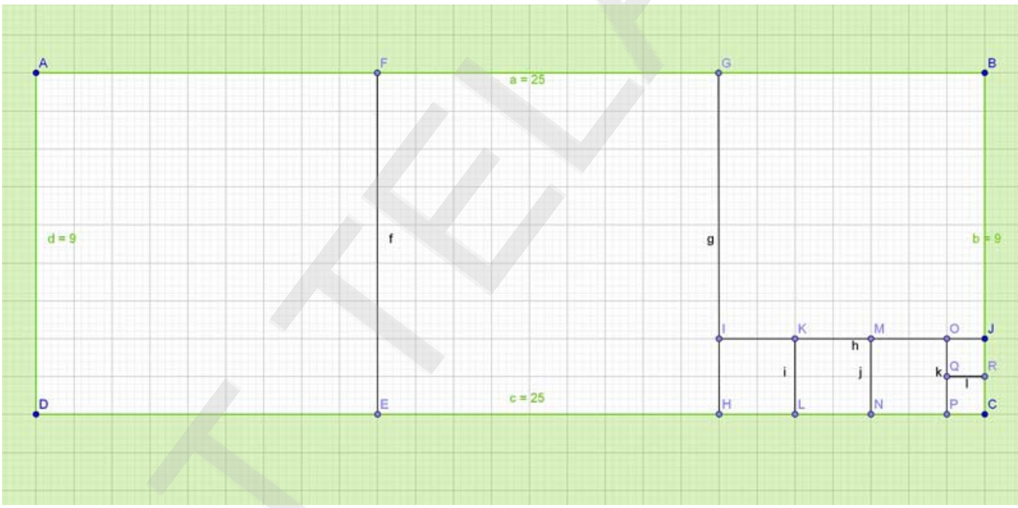
4) పై కొలత 10, 6ల HCF అవుతుందేమో, పరిశీలించండి.



5) ఇది ఎలా సాధ్యమైంది?

6) Activity 1లోని కృత్యాన్ని, దీనితో పోల్చగలరా?

అభ్యాసం : - 25 × 9 దీర్ఘచతురస్రాన్ని గీచి, 24, 9ల గ.సా.కాను గ్రాఫ్ పేపర్‌పై ప్రాతినిధ్యపరచండి. యూక్లిడ్ భాగాహార శేషవిధి ప్రకారం గ.సా.కాను కనుగొని ఫలితాలను సరిచూడండి.



Activity 3 (వ్యక్తిగత కృత్యం) : కర్ణాల సహాయంతో గ.సా.కాను గళ్ళ పేపర్‌పై గుర్తించుట.

12, 8ల గ.సా.కా కనుగొనటానికి

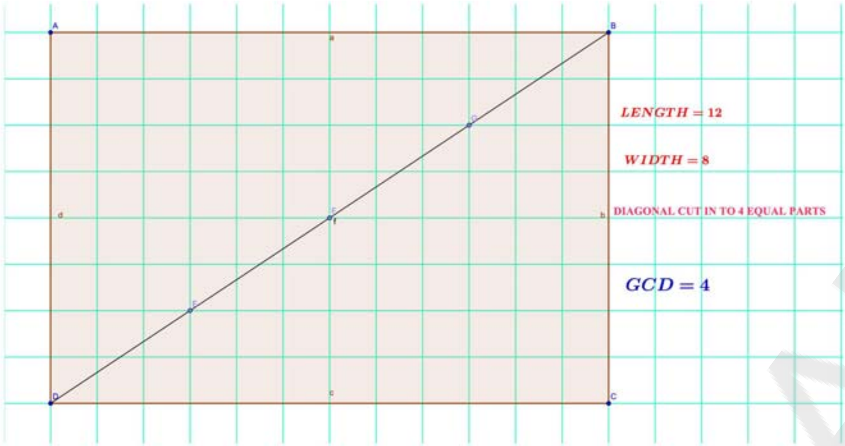
1) గళ్ళ కాగితంపై 12 × 8 దీర్ఘచతురస్రాన్ని గీయండి.

2) దానికి ఏదైనా ఒక కర్ణాన్ని గీయండి.

3) ఈ కర్ణం, దీర్ఘచతురస్రంలోని ఏ చతురస్ర మూలల ద్వారా పోయిందో ఆ మూలలను గుర్తించండి.

4) ఈ బిందువులు కర్ణాన్ని ఎన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించాయి?

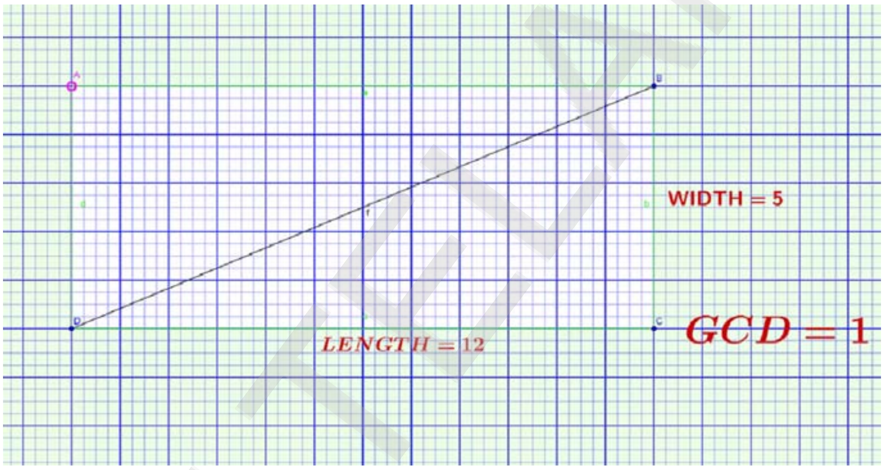
5) ఈ సమాన భాగాలే 12, 8ల గ.సా.కా.



6) ఇది ఎలా సాధ్యమైంది?

7) Activity 1, 2 లలోని సమస్యలతో పోల్చినపుడు ఉన్న సారూప్యతలను, భేదాలను గమనించారా?

అభ్యాసం : పై పద్ధతిలో 12, 5ల గ.సా.కాను కనుగొనము.

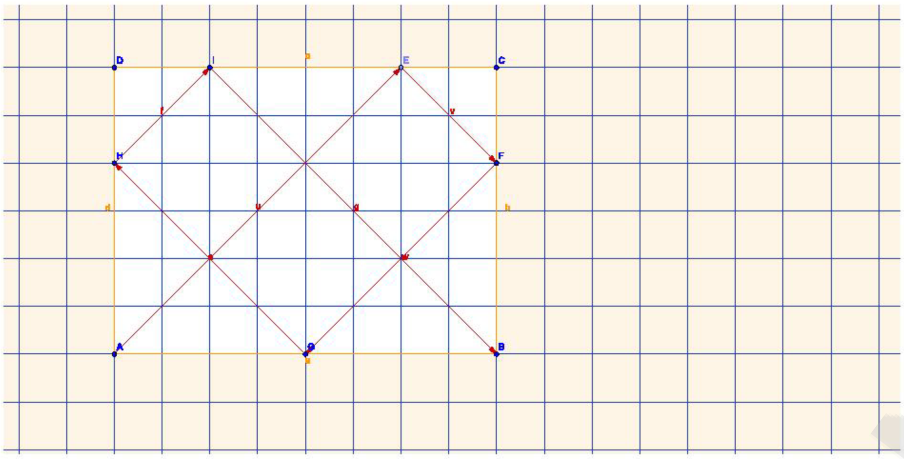


పై సమస్యలో, కర్ణము ఏ చతురస్ర మూలగుండా పోలేదు కావున కర్ణము భాగాలుగా విభజింపబడకుండా '1' గానే ఉంది.

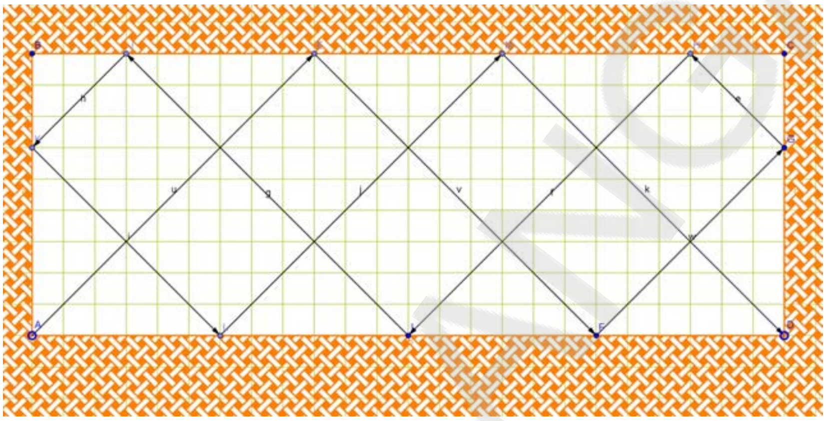
$\therefore$ HCF (12, 5) = 1

Activity 4 : Andres Zavorsky (అమెరికా) చే రూపొందించబడిన GCD (HCF) మేషీన్ ఈ క్రింద తెలిపిన విధంగా తయారు చేయబడినది.

* 6 × 8 కొలతలతో ఒక బిలియర్డ్స్ టేబుల్ అద్దాలతో నిర్మించబడినది. 'A' మూలనుండి 45^0 కోణంతో ఒక కాంతి కిరణాన్ని ప్రసారం చేస్తే, అది టేబుల్ అంచులను తాకుతూ, పరావర్తనం చెందుతూ టేబుల్ యొక్క ఇంకొక మూలను చేరుకుంటుంది. ఈ క్రమంలో 'A' కు, దానికి అతి దగ్గరిలోని బిందువు L కు మధ్యలో ఉన్న సగం దూరం. 6,8 ల HCF అవుతుంది.



పై నమూనాను అనుసరించి, ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన 24 × 9 దీర్ఘచతురస్రాన్ని గమనించి 24, 9ల గ.సా.కాను తెల్పండి.



7. స్వీయమదింపు :

ప్రాతిపదిక	చాలా బాగుంది	బాగుంది	పర్వాలేదు	మెరుగుపరుచుకోవాలి
గ.సా.కా. భావన				
నిజజీవితంలో గ.సా.కా అవసరాన్ని గుర్తించుట				
సమస్యసాధనా పద్ధతిని తెలుసుకొనుట				
సమస్యలను సాధించుట				
ప్రదర్శించుట, ప్రాతినిధ్యపరచుట				

8. కొనసాగించబడిన భావనలు (HOTS) :

1) రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల గ.సా.కా భావనతో, 1.12 మరియు 0.12 సంఖ్యల గ.సా.కాను కనుగొనవచ్చా?

2) 1.5 మరియు 2.5ల గ.సా.కా ఎంత?

3) రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల గ.సా.కా ఒక దశాంశం అయ్యేవీలుందా?

*****

5. గణిత భావనలు - విస్తృత అవగాహనా

పరిచయం :

ఉపాధ్యాయుడిగా మన కర్తవ్యం ఏమిటి? విద్యార్థులు గుణాత్మకమైన నాణ్యమైన విద్యను పొందుటకు తగిన అభ్యసన వాతావరణం కల్పించి వారు జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకొని, నిత్యజీవితంలో తాము పొందిన జ్ఞానాన్ని అవసరమైన సందర్భాలలో సమర్థవంతంగా వినియోగించుకొనే సామర్థ్యాన్ని పెంపొందించుకునేలా ప్రోత్సహించడం. ఇది మనకు తెలిసినదే. ఇదే సందర్భములో ఇంకొక విషయాన్ని ఇక్కడ చర్చించవలసిన అవసరముంది. అదేమిటంటే విద్యార్థులు ఏదేని ఒక స్థాయిలో గణితంలో తాము నేర్చుకోవలసినది ఏమిటి? ఎలా నేర్చుకుంటారూ? నేర్చుకున్న జ్ఞానంను ఎక్కడ ఎలా వినియోగించగలరు? అనేది స్పష్టంగా ఉపాధ్యాయులుగా మనం తెలుసుకొని దానిపై పూర్తిగా అవగాహనా కల్గి ఉండాలి. గణిత భావనలను పిల్లలు అవగాహన చేసుకొనే క్రమంలో అనేక కార్యక్రమాలు, కృత్యాలలో పాల్గొంటారు. పిల్లలు కృత్యాలలో పాల్గొంటున్నపుడు తాము స్వయంగా ఆలోచించడం మొదలు పెడతారు. పిల్లలకు ఆలోచన ప్రారంభమయిన వెంటనే పనిచేసిన అనుభవాల ఆధారంగా, పరిశీలించిన వాటి ఆధారంగా కొన్ని తార్కిక వాదాలను ఏర్పరుచుకొంటారు. ఇంకా అనేక సందేహాలు వారి మనస్సులో రేకెత్తుతాయి. భావన అవగాహన సమయంలో పిల్లల సందేహాలను (ప్రశ్నించగలిగేలా ప్రోత్సహించి) సరైన రీతిలో నివృత్తి చేయలేకపోతే వారు ఆ భావన పట్ల తప్పుడు అవగాహనను కలిగించుకునే అవకాశమూ లేకపోలేదు. పిల్లలు నేర్చుకునే భావనలకు సంబంధించి, లేదా వాటి నిత్యజీవిత వినియోగం గురించి లేదా విస్తృతంగా అభ్యసించి జ్ఞానాన్ని మరింత పటిష్టంగా నిర్మించుకునే సమయంలో వారికి తగిన సహాయ సహకారం అందించడానికి ఉపాధ్యాయుడిగా మనం ఎల్లప్పుడూ సిద్ధంగా ఉండాలి. అపుడే పిల్లలు స్వేచ్ఛగా, ఉత్సాహంగా అభ్యసించగలుగుతారు. దీనికై ఉపాధ్యాయుడు సమయానువర్తనంగా తను సంసిద్ధుడై ఉండవలసిన అవసరం ఉంది. విషయ పరిజ్ఞానం - కల్గి ఉండడం ఉపాధ్యాయుడికి అత్యవసరం.

ఉపాధ్యాయుడిగా ఏ భావనను ఎప్పుడు, ఎలా అవగాహన పరచుకునేలా బోధనాభ్యాసన ప్రక్రియలు కల్పిస్తే, పిల్లలు సంపూర్ణ అవగాహన పొందగలుగుతారో సమగ్రముగా అవగాహన పొంది ఉండాలి. ఒక విషయం పట్ల సమగ్ర అవగాహన పొంది అందులోని అంశాలను, సోపానయుక్తంగా క్రమంగా పిల్లలకు అభ్యసన ప్రక్రియల ద్వారా కల్పిస్తూ పిల్లలో కల్గిన ఎటువంటి సందేహానికైనా సమాధానమును ఇచ్చి వివరించగలిగేలా చేయాలి. అదే సమయంలో తాను అదనపు అంశాలను తరగతి గదిలో జోడించి నేర్చుకొనే భావనను పిల్లలు మరింత పటిష్ఠపరుచుకునేలా చేయగలరు.

విషయనిపుణత సాధించడానికి ఉపాధ్యాయుడిగా మనం చేయవలసిందేమిటి?

- గణిత పాఠ్యపుస్తకాలను క్షుణ్ణంగా చదవడం, ప్రతి అంశాన్ని స్పష్టంగా సమగ్రంగా అవగాహన పొంది యుండడం.
- రెఫరెన్స్ పుస్తకాలు చదవడం అందులోని విషయాలను అవగాహన చేసుకొని అదనపు కృత్యాలు, భావనలకు సంబంధించి పరిజ్ఞానం పొంది యుండడం.

- తోటి ఉపాధ్యాయులలో గణిత చర్చలు జరపడం భావనల పట్ల విస్తృత చర్చలు, బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలు గూర్చి చర్చించడం.
- విషయ నిపుణులతో చర్చలు జరపడం.
- గణిత సెమినార్‌లు, గణితమేళాలు, గణిత ఉపన్యాసాలు, గణిత సమూహాలు మొదలగు వాటిలో పాల్గొనడం, గణిత పత్రికలు చదవడం, నూతన పోకడలను అవగాహన చేసుకోవడం.

పైన తెలిపినవి కొన్నే కావచ్చు ఇందులో సూచించిన వాటిని ఉపధ్యాయులుగా మనం చేయగలిగితే తప్పక విషయ నిపుణత సాధించవచ్చు.

ముఖ్యంగా విషయ నిపుణత, విషయ పరిజ్ఞానం సాధించుటకై విషయ నిపుణులతో చర్చలు జరపడం అనేది అత్యావశ్యకమయిన అంశం. ఈ అధ్యాయంలో విషయ నిపుణత సాధించుటకై సంఖ్యాభావన, సంభావ్యత, బీజగణితం, జ్యామితీకి సంబంధించిన కొన్ని అంశాలు చర్చించే అవకాశం మనకు కలుగుతుంది. విషయ నిపుణులచే అందించబడిన ఈ అంశాలను ఒకసారి పరిశీలించి చర్చిద్దాం.

(i) భాగహార విశేషవిధి - యూక్లిడ్ విశేషవిధి
(Divison algorithm, Euclid algorithm)

Divison algorithm :

వీటిని అర్థం చేసుకోవడానికి ముందుగా, భాగహార సూత్రం మరియు భాగించు పద్ధతిని గమనించండి. భాగించడం అనగా పంచడం అని అర్థం.

a) 74 ని 14 గురికి పంచునప్పుడు ప్రతిఒక్కొరికి ఒకటి చొ॥న ఇస్తాం, మిగిలినవి 14 కన్నా ఎక్కువగా ఉంటె తిరిగి ఒక్కొకరికి 1 చొ॥న ఇస్తాం ఇలా ఇస్తూ మిగిలిన వానిని చూసుకుంటాం మిగిలినవి 14కన్నా తక్కువైన పంచడం ఆపేస్తాం.

74 –	14	.....	60
	14	.....	46
	14	.....	32
	14	.....	18
	14	.....	4 stop

74 = $(14 \times 5) + 4$ గా వ్రాస్తాము.

$(0 < 4 < 14)$

SCERT TELANGANA

b) 74 ని 8 మందికి పంచవలసిన సందర్భంలో పై విధంగా పంచిన

$$74 = (8 \times 9) + 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

పంచగా మిగిలినవానిని శేషం అంటాం కదా! ఈ సంఖ్య ఎప్పుడు విభాజముకన్న తక్కువగా ఉండాలి లేనిచో, మరియొకసారి పంచుతాం ఇలా పంచునప్పుడు ప్రతి పర్యాయము, భాగఫలము (quotient) విలువ 1 పెరుగుతుంది; $74 = (8 \times 8) + 10$ వ్రాసిన శేషము 10 విభాజకము 8 కన్నా ఎక్కువ కావున Quotient 8 ని, పెంచి శేష విలువ నుండి 8 విభాజకాన్ని తీసివేస్తాం $10 - 8 = 2$

$\therefore 74 = (8 \times 9) + 2$ గా వ్రాస్తాం.

74 ని భాజ్యము; 8ని భాజకము 9 విభక్తము, 2ని శేషం అంటాము.

$$\boxed{a = dq + r\ (0 \leq r < d)}$$

దీనినే భాగహార సూత్రం లేదా భాగహారవిశేషవిధి అంటాము.

$r = 0$ అయినచో d ని a కి కారణాంకము అని q ని సహకారణాంకము అని అంటాం.

గమనికలు

$r < d$ ఇచ్చుట సందర్భాలు.

1) r ; d కి కారణాంకము

2) r ; d కి కారణాంకముకాదు కాని

r, d లకు ఉమ్మడి కారణాంకము ఉంటుంది. ఉమ్మడి కారణాంకము 1 మాత్రమే ఉన్న వాటిని పరస్పర ప్రధానాంకాలు అంటాం అని మనకు తెలుసు $(a, b) = d$ అని వ్రాస్తాము.

Note :

ఒక సంఖ్య మరియొక సంఖ్యను నిశ్శేషంగా భాగించిన ఆ సంఖ్యయే ఆ రెండింటి gcd అవుతుంది.

$74 = (8 \times 9) + 2$ నందు, శేషం 2 విభాజకము 8ని భాగిస్తుంది. gcd $(8, 2) = 2$

$74 = (8 \times 9) + 2$; మరియు $(8, 2) = 2$; 2, 74 ను కూడా భాగిస్తుంది.

2 ; 74 కి కూడా కారణాంకము,

$(8, 74) = 2$; $\qquad (8, 2) = 2$,

అనగా

$(b, r) = (a, b) = 2$

$a = bq + r\ (0 \leq r < b)$ అయినచో gcd (b, r) = gcd (a, b)

SCERT TELANGANA

Euclid's (Divison) Algorithm :

అల్గారితమ్ అనగా పద్ధతి : ఈ పద్ధతి ద్వారా రెండు సంఖ్యల g.c.d. కనుగొంటాం.

ఉదాహరణ: a = 1234, b = 54 ల యొక్క గ.సా.భాను కనుగొనుట.

$$
\begin{array}{r}
54)\ 1234\ (22 \\
\underline{108} \\
154 \\
\underline{108} \\
46)\ 54\ (1 \\
\underline{46} \\
8)\ 46\ (5 \\
\underline{40} \\
6)\ 8\ (1 \\
\underline{6} \\
\rightarrow 2)\ 6\ (3 \\
\underline{6} \\
0
\end{array}
$$

* $1234 = 54 \times 22 + 46$

$54 = 46 \times 1 + 8$

$46 = 8 \times 5 + 6$

$8 = 6 \times 1 + 2$ gcd

$6 = 2 \times 3 + 0$

– చివరి శూన్యేతర శేషము గ.సా.భా (g.c.d.) అగును.

గమనిక

(a, b) = d సంకేతము a, b ల సామాన్య కారణాంకము d అనిసూచిస్తుంది.

$a = dq + r\ (0 \leq r < d)$ అయిన
$\gcd(d, r) = \gcd(a, d)$ *

పై ఉదాహరణ ద్వారా

gcd [(2,0) = (6, 2) = (6, 8) = (8, 46), (46, 54) = (54, 1234)] = 2

విభాజ్యము = విభాజకము × విభక్తం + శేషం

Dividend = Divisor × Quotient + Remainder

(0 ≤ Reminder < Divisor)

$a = dq + r\ (0 \leq r < d)$

భాగహార పద్ధతి

1232 ÷ 54 :

$$
\begin{array}{r}
\text{విభాజ్యం} \\
\text{(వి) భాజకం } 54)\ 1234\ (22 \text{ విభక్తం} \\
\underline{108} \\
154 \\
\underline{108} \\
46 \text{ శేషం}
\end{array}
$$

$1234 = 54 \times 33 + 46$

[46 < 54]

$a = bq + r \ (0 \leq r < d)$ అయినచో

gcd (b, r) = gcd (a, b)

gcd (1234, 54) కనుగొనుట.

```
54) 1234 (22          46) 54 (1              6) 8 (1
    108                   46                   6
    ----                  -------              -------
     154                  8) 46 (5              2) 6 (3
     108                     40                    6
     ----                    ---                   ---
      46       →              6         →          0
```

చివరి శూన్యేతర భాజకము ఆ రెండు సంఖ్యల gcd అగును (= 2)

(ii) గరిష్ట సామాన్య కారణాంకం

2, 3, 4, 5, 9, 11 సంఖ్యలచే భాగింపబడటానికి నియమము మనకు తెలిసినవే.

'a' కి b కారణాంకము అనిన a = bk అగునట్లుగా $K \in N$ ఉంటుంది; aకి K కూడా కారణాంకమే దీనిని సహకారణాంకము అంటాము.

Divison Lemma ప్రకారం $a = bq + r$ నందు శేషము $r = 0$ అయినచో $a = bq$ అగును.

aకి bకారణాంకము అయిన b, a యొక్క గుణిజములన్నీటికి కారణాంకము అగును.

$$24 \quad ; \quad 12 = \boxed{3 \times 4}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{3 \times 4 \times 2}$$

12 యొక్క కారణాంకములన్నీ 24కు కూడా కారణాంకాలే.

ఒక సంఖ్యను భాగించే (నిశ్శేషంగా) సంఖ్యలన్నీ దీనికి కారణాంకముచే

$$\left.\begin{array}{l} 24 = \ 1 \times 24 \ ; \\ \quad\quad\ 24 \times 1 \ ; \end{array}\right\} \text{1, 24లు కారణాంకములు}$$

ఇది అన్ని సంఖ్యలకు వర్తిస్తుంది, కావున ప్రతి సంఖ్యను 1 మరియు ఆ సంఖ్య కారణాంకములగును. కేవలం రెండు కారణాంకాలు మాత్రమే ఉన్నట్టి సంఖ్యలను, ప్రధాన సంఖ్యలు అంటాం. మిగిలిన వాటిని గుణిజ సంఖ్యలు అంటాం.

‘1’ మాత్రం ప్రధాన సంఖ్య కాదు, గుణిజ సంఖ్య కాదు. దీనిని గుణకార తత్సమాంశము (Multiplicative identity) అంటాం.

SCERT TELANGANA

gcd :

a) కారణాంకాల పద్ధతి

ఒక సంఖ్యను భాగించు సంఖ్యలన్నీ దానికి కారణాంకాలు. రెండు సంఖ్యలనూ భాగించు సంఖ్యలను వాటి సామాన్య కారణాంకాలు అంటాం, ఆ సమితియందలి గరిష్ట సంఖ్యను గ.సా.కా. / గ.సా.భా అంటాం.

$$24 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

$$60 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

24 మరియు 60ల గ.సా.కా.

(24, 60) = {1, 2, 3, 4, 6, 12} అనే సమితిలోని గరిష్ట సంఖ్య

= 12

b) భాగాహార పద్ధతి

గమనిక

gcd (24, 60) = 12 ; ఈ సంఖ్యలను 12చే భాగించిన వచ్చు విభక్తాలు (2, 5) ఇవి పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు. సంఖ్యల gcd కనుగొనటాన్ని వాడుతాం. దీని కొరకు పెద్ద సంఖ్యను చిన్న సంఖ్యచే భాగిస్తాం.

24, 60ల gcdని భాగాహార పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుట.

$60 =$

$24 \times 3 + 12 \ (= R_1)$

$24 = 12 \times 2 + 0 \ (= R_2)$

చివరి శూన్యం కాని శేషం 12.

$\therefore$ (60, 24) ల g.c.d. 12

(24, 12)ల g.c.d. = 12.

వివరణ

(a, b) లు ఏవేని రెండు సంఖ్యలు $a > b$

$a = bq_1 + r$ మరియు $0 \le r_1 < b$

$b = r_1 q_2 + r_2$ మరియు $0 \le r_2 < r_1$

$r_1 = r_2 q_3 + r_3 \quad 0 \le r_3 < r_2$

$r_2 = r_3 q_4 + r_4 \quad 0 \le r_4 < r_3$

SCERT TELANGANA

....

$$r_4 - 4 = r_{4-3}\ q_{4-2} + r_{4-2} \text{ మరియు } 0 \le r_{4-2} < r_{4-3}$$

$$r_{4-3} = r_{4-2}\ q_{4-1} + r_{4-1} \text{ మరియు } 0 \le r_{4-1}\left(r_{4-2}\right)$$

$$r_{4-2} = r_{4-1}\ q_4 \text{ మరియు } r_4 = 0$$

$$\gcd\left(r_{4-3}, r_{4-2}\right) = \gcd\left(r_{4-2}, r_{4-1}\right)$$

$$\gcd\left(r_{4-4}, r_{4-3}\right) = \gcd\left(r_{4-3}, r_{4-2}\right)$$

....

$$\gcd\left(r_1, r_2\right) = \gcd\left(b, r_1\right)$$

$$\gcd\left(b, r_1\right) = \gcd\left(a, b\right)$$

More results

$a = bq + r(0 \le r < b)$

1) సంఖ్యను రెట్టింపు చేసిన శేషము కూడా రెట్టింపు అగును $(= 2r)$ $2r > b$ అయినచో దాని నుండి b యొక్క గరిష్ట గుణిజాన్ని తీసివేయాలి.

2) సంఖ్యను వర్గము చేసిన, ఘనము చేసిన క్రొత్త శేషము మొదటి శేషానికి వర్గము $(= r^2)$; ఘనము $(= r^3)$ అగును. ఈ సందర్భములో క్రొత్త శేషము నుండి భాజకము యొక్క గరిష్ట గుణిజాన్ని తీసివేసి క్రొత్త శేషం రాయాలి.

వినియోగము ప్రతి ధనపూర్ణ సంఖ్య యొక్క ఘనము $9m$, $9m + 1$, $9m + 8$ రూపంలో ఉండునని చూపుట.

నిరూపణ :

9 దృష్ట్యా

$$\begin{aligned}
a &= 9q + r \mid (0 \le r < 9) \\
&= 9q + r\ (= 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8) \\
a^3 &= 729q^3 + 243qr + 27qr^2 + r^3 = 9(81q^3 + 27qr + 3qr^2) + r^3 \\
a^3 &= 9(\qquad) + r^3\ (0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512) \\
a^3 &= 9(\qquad) + r^3\ (= 0, 1, 8)
\end{aligned}$$

$\therefore$ ప్రతి ధనపూర్ణ సంఖ్య ఘనము $9m + 0$, $9m + 1$, $9m + 8$ రూపంలో ఉండును.

(iii) విభజనీయతా సూత్రాలు (Divisibility rules)

ఒక సంఖ్య వేరొక సంఖ్యచే భాగింపబడునో లేదో తెలుసువడానికి కొన్ని నియమాలను పాటిస్తాం. వీటినే విభాజనీయతా సూత్రాలు అంటాం కదా ! ఏదేని 3 అంకెల సంఖ్యను విస్తృతరూపంలో $100x + 10y + z$ రూపంలో వ్రాస్తాము.

సౌలభ్యం కొరకు b, 'a' ని భాగించినచో b/a అని భాగించనిచో $b \dagger a$ అని సంకేతములతో సూచిస్తాము. దీని కొరకు మనం క్రింది సూత్రాలు (Rules) వాడుతాము.

Rule 1 :

d / a, d / b అయినచో $d / (a + b), (a – b), a \times b$ అగును.

ఉదా: 7 / 63, 7 / 42 మరియు 7 / 105 = (63 + 42).

7 (63 – 42), 63 × 42

Rule 2 :

d, a, b లలో ఒకదానినే భాగించిన వాటి మొత్తాన్ని మరియు భేదాన్ని భాగించదు.

$d / a, d \dagger b$ అయినచో $d \dagger (a + b), (a – b)$

ఉదా: 7/21, కాని $7 \dagger 20$ కావున $7 \dagger 21 + 20 = (41)$ మరియు $7 \dagger (21 – 20)$ కాని 7 / 2 ×20

Rule 3 :

$d \dagger a, d \dagger b$ అయినప్పటికి $d / (a + b)$ కావచ్చు. అనగా రెండు సంఖ్యలను విడిగా భాగింపనప్పటికీ మొత్తాన్ని భాగించవచ్చు. $7 \dagger 20$, $7 \dagger 15$ కాని $7 \dagger 35$ (ఎలా?)

రెండు సంఖ్యలు విడివిడిగా భాగింపబడనిచో, వాటిని భాగించగా వచ్చు శేషముల మొత్తం భాగింపబడిన సంఖ్య కూడా భాగింపబడును.

భాగహార సూత్రాన్ని అనుసరించి $20 = 7 \times 2 + 6 \ (= r_1)$

$15 = 7 \times 2 + 1 \ (= r_1)$ అనుకొనిన, $r_1 + r_2 = 6 + 1 = 7$ ఇది 7చే భాగింపబడును. ఇది అన్నిటికి వర్తిస్తుంది.

ఉదా: 7 / 21, 7 / 14 మరియు 7 / 21 + 14 = 35

$21 = 7 \times 3 + 0 \ (= r_1)$; $14 = 7 \times 2 + 0 \ (= r_2)$

$r_1 + r_2 = 0 + 0 = 0$; ‘0’ అన్ని సంఖ్యలచే భాగింపబడును.

ఈ విషయాన్ని వాటి కొన్ని సూత్రాలను ఏర్పరచవచ్చు.

SCERT TELANGANA

7కు సూత్రం :

3 అంకెల సంఖ్య విస్తరణ రూపం (expanded form) లో $100x + 10y + z$ గా గుర్తిస్తాం.

$100x = 7 \times 14x + 2x\ (= r_1)$

$10y = 7 \times y + 3y\ (= r_2)$

$z = 7 \times (O) + z\ (= r_3)$ శేషము మొత్తం

$r_1 + r_2 + r_3 = 2x + 3y + z$, 7చే భాగింపబడిన సంఖ్య కూడా 7చే భాగింపబడును. అనగా 100ల స్థానంలోని అంకెను 2చే; పదుల స్థానంలోని అంకెను 3చే గుణించి, ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెకు కలిపిన వచ్చు మొత్తం 7చే భాగింపబడిన ఆ సంఖ్య కూడా 7చే భాగింపబడును.

ఉదా: 343 ను పరిశీలన, 3, 4, 3 లు వరుసగా 100ల స్థానంలోని, 10ల స్థానంలోని, ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెలు.

$\therefore\quad 3 \times 2 + 4 \times 3 + 3 = 6 + 18 + 3 = 21$

21; 7 చే భాగింపబడును కావున సంఖ్య కూడా 7చే భాగింపబడును.

ఈ నియమాన్ని అన్ని సంఖ్యలకు వర్తింపచేయవచ్చు.

2వ పద్ధతి : దీనిని ఎక్కముల పట్టిక ఆధారంగా తయారు చేసుకోవచ్చు. **(Mathematics is an observation of pattern)**

7 : యొక్క ఎక్కము ఆధారంగా సూత్రం

	పరిశీలన	
$7 \times 1 = 07$	$0 - 7 \times 2 =$	-14
$7 \times 2 = 14$	$1 - 4 \times 2 =$	-7
$7 \times 3 = 21$	$2 - 1 \times 2 =$	0
$7 \times 4 = 28$	$2 - 8 \times 2 =$	-14
$7 \times 5 = 35$	$3 - 5 \times 2 =$	-7
$7 \times 6 = 42$	$4 - 2 \times 2 =$	0
$7 \times 7 = 49$	$4 - 9 \times 2 =$	-14
$7 \times 26 = 182$	$18 - 2 \times 2 = 14$	

అనగా 7 యొక్క గుణిజాలు లేదా 7చే భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీటిలోను ఈ విధానాన్ని గమనించాం.

$\therefore$ దీనినే నియమంగా పాటించి సంఖ్య భాగింపబడునో లేదో తెలుసుకోవచ్చు.

SCERT TELANGANA

నియమం : ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను రెట్టింపుచేసి మిగిలిన అనగా పదుల, వందల స్థానాలచే ఏర్పడు సంఖ్య నుండి తీసివేయగా వచ్చు సంఖ్య 7చే భాగింపబడిన సంఖ్య కూడా 7చే భాగింపబడును.

ఉదా: 1

485 : $48 - 2 \times 5 = 38$, $7 \nmid 38$ కావున $7 \nmid 485$.

ఉదా: 2

$$\begin{array}{r|l} 34 & 3 \\ -\ 6 & \\ \hline 28 & \end{array}$$

ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను 2చే గుణించి మిగిలిన భాగం క్రింద వ్రాసి తీసివేయండి.

28, 7చే భాగింపబడును కావున 343 కూడా 7చే భాగింపబడును.

ఉదా: 3

నాలుగు అంకెల సంఖ్య 5678

$$\begin{array}{r|l} 567 & 8 \\ -16 & \\ \hline 55 & 1 \\ -2 & \\ \hline 53 & \end{array}$$

53, 7చే భాగింపబడదు కావున 5678 కూడా 7చే భాగింపబడదు.

19 కి సూత్రం : ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను రెట్టింపుచేసి కలపాలి. (ఎక్కము వ్రాసి verify చేసుకోండి)

13 కి సూత్రం : ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను 4చే గుణించి కలపాలి.

17కి సూత్రం : ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను 5చే గుణించి తీసివేయాలి.

646 ని పరిశీలంచండి.

For (7) .... తీసివేయాలి.

$$\begin{array}{r|l} 64 & 6 \\ -\ 12 & \\ \hline \boxed{52} & \end{array}$$

→ 7చే భాగింపబడదు.

కావున సంఖ్య 646 కూడా భాగింపబడదు.

For (19) .... 2చే గుణించి కలపాలి.

$$\begin{array}{r|l} 64 & 6 \\ 12 & \\ \hline \boxed{76} & \end{array}$$

→ 19 చే భాగింపబడును.

కావున 646 కూడా భాగింపబడును.

Fro (13) .... 4చే గుణించి కలపాలి.

$$\begin{array}{r|l} 64 & 6 \\ +\ 24 & \\ \hline \boxed{88} & \end{array}$$

→ 13చే భాగింపబడదు.

సంఖ్య కూడా భాగింపబడదు.

Fro (17)......... 5చే గుణించి తీసివేయాలి..

$$\begin{array}{r|l} 64 & 6 \\ -\ 30 & \\ \hline \boxed{34} & \end{array} \quad (6 \times 5 = 30)$$

→ భాగింపబడును.

646, 17చే భాగింపబడును.

SCERT TELANGANA

Not for students

ఈ గుణిజ సంఖ్యను తెలుసుకోవడం ఎలా?

సంఖ్య యొక్క Table చివరగా 1 వచ్చే సంఖ్యను ఎన్నుకొని పదుల స్థానంలోని అంకెచే గుణించి తీసివేయాలి.

$$\left.\begin{array}{l} 7 \times 3 = 21 \\ 17 \times 3 = 51 \end{array}\right\}$$

Table లో చివరగా 9 వచ్చే సంఖ్యను ఎన్నుకొని Nearest Multiple of 10చే గుణించి కలపాలి.

$13 \times 3 = 39 \rightarrow$ Nearest Multiple 7

$10 = 40;$

$19 \times 1 = 19 \rightarrow$ Nearest 20

49567 – ని, 7చే పరిశీలిద్దాం.

```
 4956|7
  -14|
 ------
 494|2
   4|
 ------
 49 ____________  7 చే భాగింపబడును.
```

దీనిని reduction of digits method అని అంటాం.

సూచన : విద్యార్థులచే ఎక్కువగా Practice చేయించిన తరువాత వారిచే గమనింపచేసి వారిద్వారా రాబట్టాలి.

☞ **మరియొక పద్ధతి (Reduction Method)**

ఒకట్ల స్థానంలోని అంకెను సంఖ్య యొక్క గుణిజాన్ని కలిపి చివరగా '0' వచ్చునట్లు చూడాలి;

ఉదా: 616 – 7 చే పరిశీలన, చివర సున్న ఉన్నచో మిగిలిన సంఖ్యను వ్రాసి చూసుకోవాలి.

$616 + 14 = 630 \sim 63$, 7చే భాగింపబడును; కావున 616చే భాగింపబడును.

☞ ఈ పద్ధతి ఏ ప్రధాన సంఖ్యకైనా వర్తిస్తుంది.

ఉదా : 29393 ను 7, 13, 17, 19లచే పరిశీలించండి.

a) 7 : $29393 + 7 = 29400 \sim 294$

$294 - 14 = 280 \sim 28$, $7 / 28 \rightarrow 7 / 29393$

b) 13 : $29393 - 13 = 29380 \sim 2938$

$2938 + 52 = 2990 \sim 299$

$299 - 39 = 260 \sim 26$, $13/26 \rightarrow 13/29393$

c) 17 : $29393 + 17 = 29410 \sim 2941 - 51 = 2890 \sim 289$

$289 + 51 = 340 \sim 34$, $17/34 \rightarrow 17/29393$

d) 19 : $29393 + 57 = 29450 \sim 2945 - 95 = 2850 \sim 285$

$285 + 95 = 380 \sim 38$, $19/38 \rightarrow 19/29393$

(iv) ALGEBRA

Discussion Points :

- Roots - n^{th} root of a number
- General terms in algebra and polynomials
- Factorizing the quadratic, cubic, quartic polynomials and the nature of the zeros of polynomials (roots of polynomial equations) - Relation between coefficients and roots.
- Words for operations

Roots - n^{th} root of a number :

- Root is the inverse operation of exponent.
- An n^{th} root "undo" raising a number to the nth power, and vice-versa.
- The common example is the square root, which "undo" the act of squaring.

Example:-

- Take 3 and square it to get 9.
- Now take the square root of 9 and get 3 again.

$$\therefore\ 3^2 = 9 \Rightarrow \sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = 3 \text{ and } (-3)^2 = 9 \Rightarrow \sqrt[2]{9} = \sqrt{9} = -3$$

$$\therefore\ \sqrt{9} = \pm 3$$

- It is also possible to have roots related to powers other than the square.

Example:-

- The cube root, for example, is the inverse operation of rising to the power to 3.
- The cube root of 8 is 2 because $2^3 = 8$.

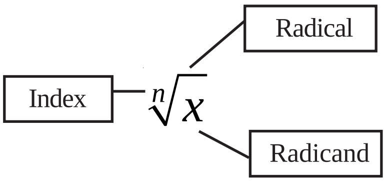
$$\therefore\ 2^3 = 8 \Rightarrow \sqrt[3]{8} = 2 \text{ and } (-2)^3 = -8 \Rightarrow \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\therefore\ \sqrt[3]{8} = 2 \text{ and } \sqrt[3]{-8} = -2\ ;\ \sqrt[3]{a^3} = a \text{ and } \sqrt[3]{-a^3} = -a$$

- $\sqrt[5]{32} = 2,\quad \sqrt[5]{-32} = -2$
- $\sqrt[4]{625} = \pm 5$
- Every positive number has two square roots, one positive and one negative.
- The positive root is called as principal root.
- If the index is an even number, then the root is both positive and negative.
- If the index is an odd number, then the root is same sign as the number.

SCERT TELANGANA

- In general, the n^{th} root of a number x is written as: $\sqrt[n]{x}$



Examples:

- In general,

$$x^y = z \left(x \text{ to the power of } y \text{ is equal to z}\right) \Rightarrow \sqrt[x]{z} = y \left(x^{th} \text{ root } z \text{ is equal to } y\right)$$

$$m^n = x \left(m \text{ to the power of } n \text{ is equal to } x\right) \Rightarrow \sqrt[n]{x} = m \left(n^{th} \text{ root } x \text{ is equal to } m\right)$$

General terms in algebra and polynomials:

- **Variables:**
  - Letters represent an unknown or general real number
  - Often, we use the letters *x*, *y* and *z* for variables.
  - A letter that stands for a physical quantity: d for distance, t for time, etc.

- **Constants :**
  - A constant is a number that is fixed and known.
  - The fixed values are such as 2, 7, –34, $\frac{3}{5}$ etc.
  - Constants are usually represented by letters: a, b, c, n , e, k

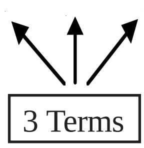
- **Algebraic expressions:**

  An algebraic expression is a single term or combination of terms connected by + sign or – sign.

  Example:- $2x$, $3x^2y - z$, $x + 4y - 2z$ etc.

- **Terms :**
  - A **term** can be a signed number, a variable, or a constant multiplied by a variable or variables.
  - Each **term** of an **algebraic expression** is separated by + sign or – sign (Here used single variable)

$$2x^2 - 3x + 4$$



SCERT TELANGANA

- **Coefficients**
  - Coefficients are constant factors that multiply a variable or powers of a variable. Here, 2 is the coefficient of x^2 and – 3 is the coefficient of x.

$$2x^2 - 3x + 4$$

Coefficients

- **Factors**
  - Factors are terms multiplied together.
  - If a factor is positive, then automatically its additive inverse is also a factor.

$2x^2 - 3x + 4$	$2x^2 - 3x + 4$	$2x^2 - 3x + 4$
3 Factors	2 Factors	1 Factor
2, x, x^2 and also 1, 2x, 2x^2	–3, x and also 1, –3x	–1, –2, –4 : and also 1, 2, 4

- **Polynomial:**
  - A polynomial is an algebraic expression ax^n in which the power of the variable is a positive whole number. If n is the largest exponent in the polynomial expression, then $a \neq 0$.
- **Polynomial notation:**
  - The polynomial in single variable x is often referred as P(x).
  - The value of the polynomial P(x) at $x = a$ is written as P(a).
  - P(a) is evaluated by substituting a in place of x in the expression P(x).
  - If P(x) is a polynomial and P(a) = 0 then ($x – a$) is a factor of P(x).
  - If the polynomial taken as a function of x, then $y = f(x) = p(x)$
- **Classification of polynomials:**
  - The degree of a polynomial is the highest power of the variable.
  - For example, linear polynomials have degree 1, quadratic polynomials have degree 2 and cubic polynomials have degree 3.
  - The leading term is the term containing the highest power of the variable.
  - If the coefficient of the leading term is 1 then the polynomial is said to be monic.
  - The constant term is the term that does not contain the variable.

SCERT TELANGANA

➢ **General form of polynomials and polynomial equations:**

S.No.	Name of the polynomial / Polynomial Equation (in one variable)	General form of polynomial / Polynomial Equation
1.	Linear Polynomial	$p(x) = ax + b,\ a \neq 0$
	Linear Polynomial Equation	$ax + b = 0,\ a \neq 0$
2.	Quadratic Polynomical	$p(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$
	Quadratic Polynomial Equation	$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$
3.	Cubic Polynomial	$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$
	Cubic Polynomial Equation	$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,\ a \neq 0$
4.	Quartic Polynomial	$p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e,\ a \neq 0$
	Quartic Polynomial Equation	$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0,\ a \neq 0$
5.	n^{th} Order Polynomial	$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n,\ \ a_0 \neq 0$
	n^{th} Order Polynomial Equation	$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n = 0,\ \ a_0 \neq 0$

➢ **Degree of a polynomial:** The highest exponent (power) of the variable is the degree of the polynomial.

S.No.	Name of the polynomial	Degree of a polynomial	Example
1	Zero polynomial	Not defined	0
2	Constant Polynomial	Zero	–12; 5; 3/4
3	Linear Polynomial	1	$x + 12$; $-7x + 8$; $ax + b$ $(a \neq 0)$
4	Quadratic Polynomial	2	$2x^2 + 7x + 4$
5	Cubic Polynomial	3	$3x^3 - 2x^2 + 5x + 7$
6	Quartic Polynomial	4	$3x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x + 7$
7	n^{th} Order Polynomial	n	$a_0x^n + a_1x^{n-1} + ...+ a_n = 0,\ \ a_0 \neq 0$

- Zeros of the polynomial = Roots of the polynomial equation
- If p(x) = 0, then x values represent zeros of polynomial or roots of the polynomial.
- Zero polynomial is the number zero (0). But, the zeros of the polynomial are the roots of the corresponding polynomial equation.

❖ **Factorizing the quadratic, cubic and quartic polynomials:** Here, we discuss some types of finding the factors of quadratic, cubic and quartic expressions.

SCERT TELANGANA

- **Testing the polynomial whether x+1 or x-1 is a factor by observation with simple addition of coefficients:**

  - **If the sum of the coefficients of a polynomial is zero, then (x – 1) is a factor of the polynomial.**

    - Let $p(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ and $(x - 1)$ is a factor of
      $p(x) \Rightarrow p(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0$
    - Let $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$ and $(x - 1)$ is a factor of
      $p(x) \Rightarrow p(1) = 0 \Rightarrow a + b + c + d = 0$
    - Let $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e,\ a \neq 0$ and $(x - 1)$ is a factor of
      $p(x) \Rightarrow p(1) = 0 \Rightarrow a + b + c + d + e = 0$

  - **If the sum of the coefficients of even power terms is equal to the sum of the coefficients of odd power terms then (x + 1) is a factor.**

    - Let $p(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ and $(x + 1)$ is a factor of
      $p(x) \Rightarrow p(-1) = 0 \Rightarrow b = a + c$
    - Let $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$ and $(x + 1)$ is a factor of
      $p(x) \Rightarrow p(-1) = 0 \Rightarrow b + d = a + c$
    - Let $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e,\ a \neq 0$ and $(x + 1)$ is a factor of
      $p(x) \Rightarrow p(-1) = 0 \Rightarrow b + d = a + c + e$

- **Factorizing the quadratic expression p(x) = ax^2 + bx + c, (a $\neq$ 0).** We can find the zeros of quadratic expression (roots) in many ways such as Simple factorization, Using identities, Splitting the middle term, Using Discriminant Formula etc.

- **Simple factorization (By making common factor):**
  - The factorization made as the operation of separating all the common factors to the terms of the expression.

  Example: $x^2 - 6x = x(x - 6)$
  - $2x^2 + 12x = 2x(x + 6)$

- **Using identities:** Comparing with identities, we can find out the factors.

  Example: Using the identity $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$
  - $9x^2 - 25 = (3x)^2 - (5)^2 = (3x - 5)(3x + 5)$
  - $16x^2 - 49 = (4x)^2 - (7)^2 = (4x - 7)(4x + 7)$

SCERT TELANGANA

➢ **Splitting the middle term:**

- We must first separate the middle term bx into two parts. To do this, we must find two numbers, *m* and *n*, such that
- The product ac = the product of factors *mn*.
- The sum of the two factors $m + n$ = Coefficient of middle term *b*.

Example: Find the factors of the quadratic polynomial $p(x)$ = function $f(x) = 3x^2 - x - 10$.

The coefficients are respectively $a = 3$, $b = -1$ and $c = -10$.

- The product ac = (3) (– 10) = –30
- Check the product of the factors ac is equal to some of the two factors.

Finding the factors of $3x^2 - x - 10$; a = 3, b = –1, c = –10; ac = (3) (–10) = –30

- $ac = -30 = 1 \times -30$ and $-1 \times 30 \Rightarrow 1 - 30 = -29 \neq b$ and $-1 + 30 = 29 \neq b$
- $ac = -30 = 2 \times -15$ and $-2 \times 15 \Rightarrow 2 - 15 = -13 \neq b$ and $-2 + 15 = 13 \neq b$
- $ac = -30 = 3 \times -10$ and $-3 \times 10 \Rightarrow 3 - 10 = -7 \neq b$ and $-3 + 10 = 7 \neq b$
- $ac = -30 = 5 \times -6$ and $-5 \times 6 \Rightarrow 5 - 6 = -1 = b$ but $-5 + 6 = 1 \neq b$
- Hence, $-x$ can be split as $5x$ and $-6x$, which is satisfied.

- Then $3x^2 - x - 10 = 3x^2 + 5x - 6x - 10$

$$= x(3x + 5) - 2(3x + 5)$$

$$= (x - 2)(3x + 5)$$

➢ **Using Quadratic Formula:**

- Using the quadratic formula for $p(x) = 0$.
- $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, where $b^2 - 4ac$ is the discriminant which indicate the nature of the roots, usually denoted by D.

➢ **Example:** Find the zeros of $p(x) = 6x^2 - 17x + 12$.

- **Solution:**
- Given $p(x) = 6x^2 - 17x + 12$ comparing with $ax^2 + bx + c$.

  Here $a = 6$, $b = -17$ and $c = 12$

- $x = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \dfrac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4.6.12}}{2.6}$

$$= \frac{17 \pm \sqrt{289 - 288}}{12}$$

$$= \frac{17 \pm \sqrt{1}}{12} = \frac{18}{12} \text{ or } \frac{16}{12} = \frac{3}{2} \text{ or } \frac{4}{3}$$

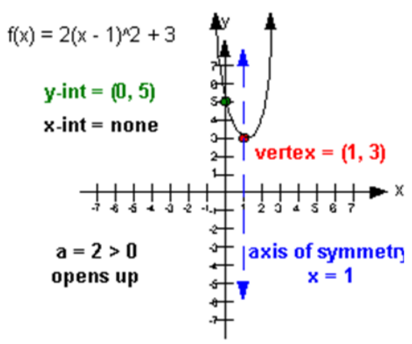
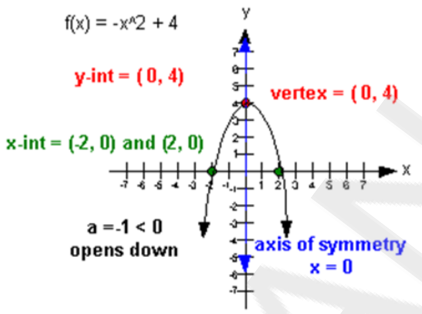
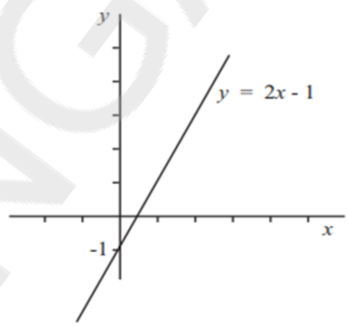
SCERT TELANGANA

❖ **Nature of the roots of the quadratic polynomial equation:**

- There are 3 cases about a set of expressions in the Quadratic's coefficients that discriminate between all cases.

  1. Two distinct real roots $\Leftrightarrow$ D > 0
  2. Double root $\Leftrightarrow$ D = 0
  3. No real roots $\Rightarrow$ Two complex roots $\Leftrightarrow$ D < 0

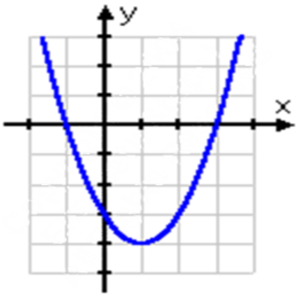
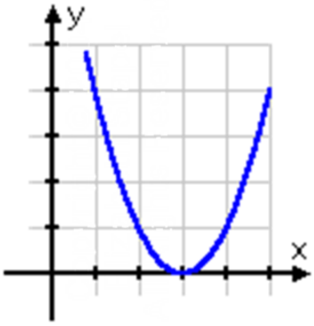
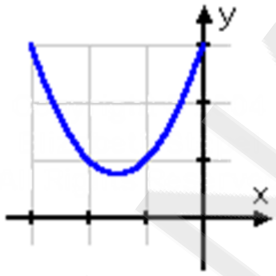
- **The graph of a quadratic equation if $a > 0$, $a < 0$ and $a = 0$:** The graph of a quadratic equation is called a **parabola for $a > 0$ and $a < 0$**. But a = 0, it represents a straight line.

If $a > 0$, then its vertex points down : $p(x) = 2(x-1)^2 + 3 = 2x^2 - 4x + 5$	If $a < 0$, then its vertex points up : $p(x) = -x^2 + 4$	If $a = 0$ the graph is not a parabola and a straight line : $p(x) = 2x - 1$
 	 	

➢ **Quadratic Polynomial Equations and their solutions:** The 3 cases of discriminant D is illustrated below graphically along with solutions.

$x^2 - 2x - 3 = 0$	$x^2 - 6x + 9 = 0$	$x^2 + 3x + 3 = 0$
$x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-3)}}{2}$ $= \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2}$ $= \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2}$ $= \frac{-2}{2}, \frac{6}{2} = -1, 3$	$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4(9)}}{2}$ $= \frac{6 \pm \sqrt{36-36}}{2}$ $= \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{6 \pm 0}{2} = 3$	$x = \frac{-3 \pm \sqrt{(3)^2 - 4(3)}}{2}$ $= \frac{-3 \pm \sqrt{9-12}}{2}$ $= \frac{-3 \pm \sqrt{-3}}{2}$ $= -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{3}i}{2}$
• A positive number inside the square root $\Rightarrow D > 0$ • Two distinct real-number solutions	• Zero inside the square root $\Rightarrow D = 0$ • One (repeated) real-number solution	• A negative number inside the square root $\Rightarrow D < 0$ • No real-number solutions

SCERT TELANGANA

Associated functions and their graphs		
$y = x^2 - 2x - 3$	$y = x^2 - 6x + 9$	$y = x^2 + 3x + 3$
		
• Tow distinct *x*-intercepts • Two distinct real-number solutions	• One (repeated) *x*-intercept • One (repeated) real-number solution	• No *x*-intercepts • No real-number solutions

➢ **Factorization of cubic polynomials:** There are many methods to find out factors of cubic polynomials. Among them, some methods are discussed here.

- **Factorization by using algebraic identities (special products):** If the given polynomial is in the form of identity, then the factors are easy to find out by comparing with identity.

Example: Factorize $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$.

Solution: The given expression can be written as

$$8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 = (2x)^3 + 3(2x)^2(3y) + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3$$

Comparing with identity $(x+y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$,

we get $= (2x + 3y)^3$

$= (2x + 3y)(2x + 3y)(2x + 3y)$.

Other Examples:

Sum of Two Cubes

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Example

$x^3 + 8 = x^3 + 2^3$

$= (x+2)(x^2 - 2x + 4)$

Difference of Two Cubes

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Example

$27x^3 - 1 = (3x)^3 - (1)^3$

$= (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$

SCERT TELANGANA

- **Factors by Grouping:** By grouping of the terms, the factors will be find out in this method. Observe the Example:

  Factoring by Grouping

  This is by far the nicest method of the two, but it only works in some cases. Consider the polynomial $p(x) = x^3 - 4x^2 + 3x - 12$.

  We group the first two terms and the last two terms together : $p(x) = (x^3 - 4x^2) + (3x - 12)$.

  and then we pull out the common factors : $p(x) = x^2(x - 4) + 3(x - 4)$.

  Notice that these two terms have $x - 4$ in common so factor it out : $p(x) = (x - 4)(x^2 + 3)$.

  $x^2 + 3$ is an irreducible quadratic, so it cannot be factored into real terms. However, we can use the quadratic formula to solve for the roots.

- **Factors Using the Rational Root Theorem:** By using Rational Root Theorem, we can find out factors. Observe the following.

➢ **Factoring Using the Rational Root Theorem**

- The Rational Root Theorem says that the possible roots of polynomial are the factors of the last term divided by the factors of the first term.

∴ The possible roots for factoring the n^{th} order polynomial

$p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + ... + a_n, a_0 \neq 0$ are

$$\pm\frac{\text{Factors of coefficient of last term}}{\text{Factors of the first time}} = \pm\frac{\text{Factors of } a_n}{\text{Factors of } a_0}$$

Example: Find the zeros of the polynomial $p(x) = 3x^3 + 2x^2 - 11x - 10$

Solution:

- The given polynomial $p(x) = 3x^3 + 2x^2 - 11x - 10$
- Then possible zeros of $p(x)$ are $\pm\frac{1,2,5}{1,3} = \pm\left(1, \frac{1}{3}, 2, \frac{2}{3}, 5, \frac{5}{3}\right)$
- First test for zero of $p(1)$ & $p(-1)$:
- $a + b + c + d = 3 + 2 - 11 - 10 = -16 \neq 0 \Rightarrow (x - 1)$ is not a factor.
- $a + c = 3 - 11 = -8$ & $b + d = 2 - 10 = -8 \Rightarrow a + c = b + d \Rightarrow (x + 1)$ is a factor, using synthetic divison.

3	2	–11	–10	$x = -1$
	–3	1	10	
3	–1	–10	0	

OR

Long division

$$
\begin{array}{r|l}
 & 3x^2 - x - 10 \\
\hline
x+1 & 3x^3 + 2x^2 - 11x - 10 \\
 & 3x^3 + 3x^2 \\
 & - \quad\; - \\
\hline
 & \quad -x^2 - 11x \\
 & \quad -x^2 - \;\; x \\
 & \quad + \quad\; + \\
\hline
 & \qquad -10x - 10 \\
 & \qquad -10x - 10 \\
 & \qquad + \quad\;\; + \\
\hline
 & \qquad\qquad 0
\end{array}
$$

$$\therefore \frac{3x^3 + 2x^2 - 11x - 10}{x+1} = \left(3x^2 - x - 10\right)$$

$$\therefore\; p(x) = 3x^3 + 2x^2 - 11x - 10 = (x+1)\left(3x^2 - x - 10\right)$$

Now,

$$3x^2 - x - 10 = 3x^2 - 6x + 5x - 10 = 3x(x-2) + 5(x-2) = (3x+5)(x-2)$$

$$\therefore\; p(x) = 3x^3 + 2x^2 - 11x - 10 = (x+1)\left(3x^2 - x - 10\right) = (x+1)(3x+5)(x-2)$$

For Zeroes $p\ (x) = 0$

$$\Rightarrow (x+1)\,(3x+5)\,(x-2) = 0$$

$x + 1 = 0$	$3x + 5 = 0$	$x - 2 = 0$
$x = -1$	$x = \frac{-5}{3}$	$x = 2$

$\therefore$ Zeros of $p\ (x)$ are $-\frac{5}{3}$, -1, and 2.

1. Using graphs to solve cubic equations:

If we cannot find a solution by these methods, we can use graphical method. By drawing graph of the cubic expression, we can find at least limited accuracy points. The points where it crosses the x-axis will give the solutions to the equation but their accuracy will be limited to the accuracy of the graph.

Example: Solve $x^3 + 4x^2 + x - 5 = 0$.

SCERT TELANGANA

Solution:

- Now this equation will not yield a factor by any of the methods that we have discussed.
- Identify the points.

x	–2	–1	0	1	2
y	1	–3	–5	1	21

- So a graph of $y = x^3 + 4x^2 + x - 5$ has been drawn as shown in Figure 5.

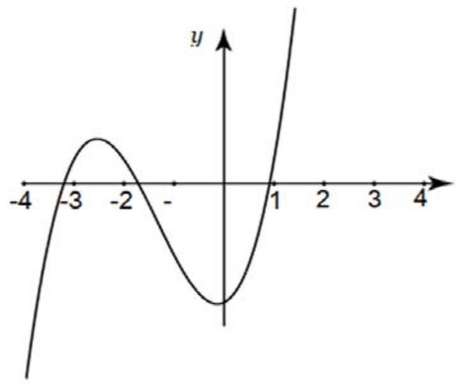


Figure 5. $y = x^3 + 4x^2 + x - 5$

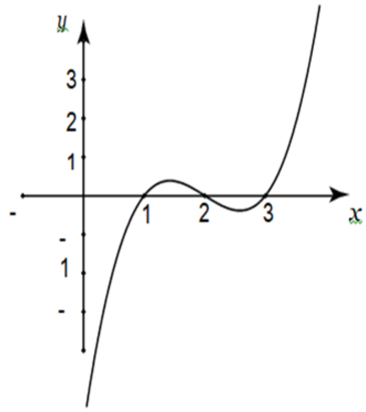
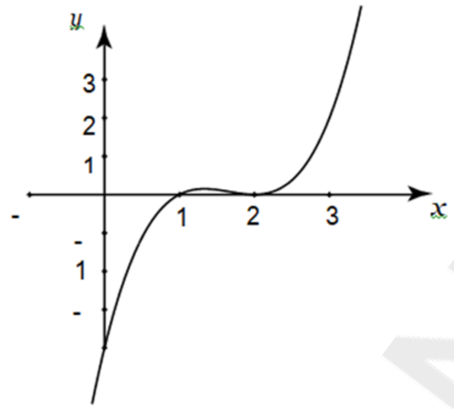
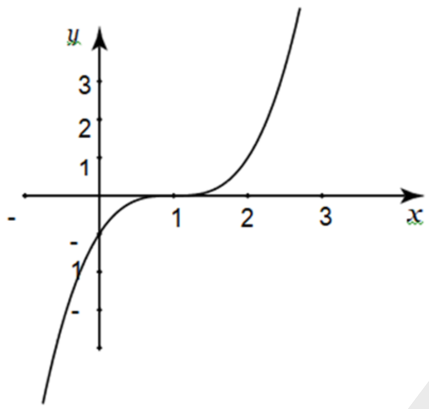
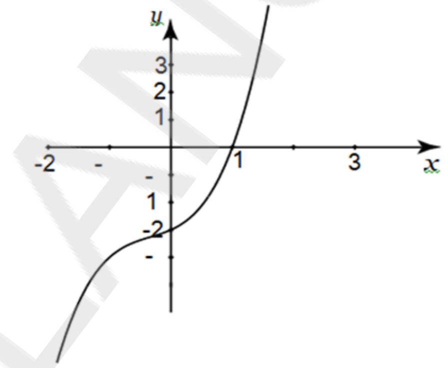
- It crosses the x-axis at three points and hence there are three real roots.
- Their accuracy will be limited to the accuracy of the graph.
- From the graph, we ûnd the approximate solutions such as $x \approx -3.2, -1.7, 0.9$.

➢ **Nature of the zeros of cubic polynomial (Roots of cubic polynomial equation):**

- Just as a quadratic polynomial may have two real roots, so a cubic polynomial has possibly three.
- But unlike a quadratic equation which may have no real solution, a cubic equation always has at least one real root. Why? (If a root of a polynomial is not real, it indicates at least the expression has two complex roots)
- If a cubic does have three roots, two or even all three of them may be repeated. This gives us four possibilities which are illustrated in the following examples.
- There are 4 cases about a set of roots for Cubic's equation.

  1. Three distinct real roots.
  2. Double root and a distinct third root.
  3. Triple root.
  4. One real root and two complex roots.

The 4 cases illustrated below with graphically.

 Figure 1. The graph of $y = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$.	 Figure 2. The graph of $y = x^3 - 5x^2 + 8x - 4$.
$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)(x-2)(x-3)$. It has three real roots. The curve crosses the x-axis three times at $x = 1$, $x = 2$ and $x = 3$. This gives us our three separate solutions.	$x^3 - 5x^2 + 8x - 4 = (x-1)(x-2)^2$. In this case, there are three real roots but two of them are the same because of the term $(x-2)^2$. So we only have two distinct solutions.
 Figure 3. The graph of $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.	 Figure 4. The graph of $y = x^3 + x^2 + x - 3$.
$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = (x-1)^3$. It has one real root. It has three repeated roots. So we only have one solution.	$x^3 + x^2 + x - 3 = (x-1)(x^2 + 2x + 3)$. It has only the single real solution at $x = 1$. The quadratic $x^2 + 2x + 3 = 0$ has no real solutions.

- **Quartic Polynomials: (4th degree)**

  A polynomial $p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e,\ a \neq 0$ is called as quartic or fourth degree polynomial. Observe some of the methods to find out the factors for quartic polynomials.

- **Difference of Squares**

  - If the quartic equation is also a difference of squares; then it can be factored just like a difference of squares can be factored. A difference of squares comes in the form of $a^2 - b^2$ and factors like $(a+b)(a-b)$.

    Problem: Factorize $p(x) = x^4 - 81$

    Solution: $p(x) = x^4 - 81 = (x^2 + 9)(x^2 - 9) = (x^2 + 9)(x - 3)(x + 3)$

Moreover $x^2 + 9$ can be factorized as $(x + 3i), (x - 3i)$, i.e $x^2 + 9$ has two complex factors.

SCERT TELANGANA

- **When Quartic Look Like Quadratics:**
  - Sometimes quartic equations can look like quadratic equations and have three terms. If a quartic has a term raised to the forth power, a term raised to the second power, and a constant; it can substitute x^2 with another variable and then treat it like a quadratic. If x^2 is replaced by another variable such as r, t .... then it appears to be a quadratic.
  - Quadratics are polynomials that have a degree of two and can be solved with a variety of methods like factoring, completing the square, or using the quadratic formula as we have discussed earlier.

  Example: Factorize $6x^4 - 35x^2 + 50$

  Solution: The given polynomial has three terms, a fourth power, a square, and a constant.
  - Replacing x^2 with the variable r.
  - Then $r^2 = x^4$
  - So, $6x^4 - 35x^2 + 50 = 6r^2 - 35r + 50 = (2r - 5)(3r - 10)$
  - Remember that $r = x^2$.
  - Hence, $6x^4 - 35x^2 + 50 = (2r - 5)(3r - 10)$

    $= (2x^2 - 5)(3x^2 - 10)$
  - Therefore factors are $(2x^2 - 5)$ and $(3x^2 - 10)$
- **Nature of Quartic Polynomial equation :**

  There are 9 cases (Why 9?) about a set of expressions in the quartic's coefficients that discriminate between all cases.

  1. 4 distinct real roots.
  2. 3 distinct real roots with one of them being a double root.
  3. 2 distinct double roots both real.
  4. Triple root and a distinct fourth root.
  5. Quadruple root.
  6. 2 distinct real roots and two complex roots.
  7. Double real root and 2 complex roots.
  8. 2 double roots both complex.
  9. Four distinct complex roots.

- **Relation between coefficients and roots of polynomial equation**

Polynomial $p(x)$	**Relation between coefficients and roots**
If α and β are roots of roots of quadratic Polynomial Equation $p(x) = ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$	1. $\alpha + \beta = -\dfrac{b}{a}$ 2. $\alpha\beta = \dfrac{c}{a}$
If α, β and γ are the roots of cubic Polynomial Equation	1. $\alpha + \beta + \gamma = -\dfrac{b}{a}$

SCERT TELANGANA

$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,\ a \neq 0$	2. $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$ 3. $\alpha\beta\gamma = -\frac{d}{a}$
If $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \ldots\ldots, \alpha_n$ are the roots of n^{th} Order Polynomial Equation $p(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots. + a_n = 0,\ a_0 \neq 0$	1. $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = \Sigma\alpha_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \ldots + \alpha_n = -\frac{a_1}{a_0}$ 2. $\sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i\alpha_{i+1} = \Sigma\alpha_1\alpha_2 = \alpha_1\alpha_2 + \alpha_2\alpha_3 + \ldots + \alpha_{n-1}\alpha_n = \frac{a_2}{a_0}$ 3. $\sum_{i=1}^{n-2} \alpha_i\alpha_{i+1}\alpha_{i+2} = \alpha_1\alpha_2\alpha_3 + \alpha_2\alpha_3\alpha_4 + \ldots + \alpha_{n-2}\alpha_{n-1}\alpha_n = -\frac{a_3}{a_0}$ … … … … … … … … … Product of all roots $\prod_{i=1}^{n} \alpha_i = \Pi\alpha_1 = \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 \ldots..\alpha_n = (-1)^n \frac{a_n}{a_o}$

❖ **Words for operations:**

- Note: The English language is notoriously imprecise, and these suggested translations should be taken only as a guide, not as absolutes.

Addition	**plus**	"a number plus 2"	$x + 2$
	and	"3 and a number"	$3 + n$
	added to	"8 added to a number"	$x + 8$
	greater than	"3 greater than a number"	$n + 3$
	more than	"3 more than a number"	$y + 3$
	increased by	"a number increased by 2"	$y + 2$
	total	"the total length"	$l_1 + l_2$
	sum of	"The sum of length and width"	$l + w$
	times	"5 times a number"	$5n$
Subtraction	**minus**	"a number minus 2"	$x - 2$
	difference between	"the difference between a number and 8"	$x - 8$
	from	"2 from a number"	$n - 2$
	less	"a number less 3"	$n - 3$
	less than	"3 less than a number"	$y - 3$
	fewer than	"2 fewer than a number"	$y - 2$
	decreased by	"a number decreased by 2"	$x - 2$

SCERT TELANGANA

Multiplication	**take away**	"a number take away 2"	$x - 2$
	product	"The product of 3 and a number"	$3y$
	at	"3 at 1.59"	3×1.59
	double, triple, etc.	"double a number"	$2x$
	twice	"twice a number"	$2y$
	of (fractions of)	"three-fourths of a number"	$\frac{3}{4} \times n$
Division	**quotient of**	"The quotient of 5 and a number"	$\frac{5}{n}$
	Half of	"half of a number"	$\frac{n}{2}$
	goes into	"a number goes into 6 twice"	$\frac{6}{n} = 2$
	per	"The price is Rs 8 per 50"	$P = \frac{8}{50}$
Equals	**Is, is the same as, gives, will be, was, is equivalent to**		

(v) Mathematical Reasoning - Geometry and Proofs

Inductive Reasoning

As a child you learned by experimenting with the natural world. You learned how to walk, talk and all other life activities by trial and error. You came to know that moving bicycle keeps the balance. Most of your learning has been by a process called **inductive reasoning**.

Inductive reasoning is the process of observing data, recognizing patterns, and making generalization from your observation.

Mathematics is also rooted in inductive reasoning. It began long ago in Babylonia and Egypt. It was a collection of measurements and simple procedures that seems to give reasonably correct answers to practical problems. These procedures were generated over a greater period of time as a result of experience and observation.

It is not only important in learning mathematics, most scientific inquiry, including mathematical inquiry begins with inductive reasoning, the generalization is called **Conjecture**.

Much of the reasoning consists of three stages.

1. Look for a pattern
2. Make a conjecture
3. Verify the conjecture

SCERT TELANGANA

Ex:- The sum of first 'n' odd positive integers.

First odd positive integer	$1 = 1^2$
Sum of the first two odd positive integers	$1 + 3 = 4 = 2^2$
Sum of the first three odd positive integers	$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$
Sum of the first four odd positive integers	$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

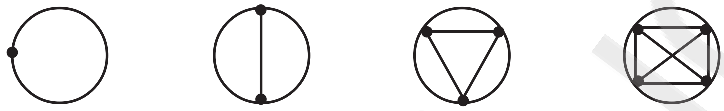
Conjecture : The sum of the first n odd positive integers is n^2.

To prove that a conjecture is true, you need to prove it is true in all cases. To prove that the conjecture is false, you need to provide a single counter example.

A counter example is an example that shows a conjecture is false.

Ex:- **A False conjecture**

We wish to divide a circle into regions by selecting points on its circumference and drawing line segments from each point.



One point One region | Two points Two regions | Three points Four regions | Four points Eight regions

It is natural to conjecture that if we have five points there would be sixteen regions and with six points we would get 32 regions. However we get 31 regions not 32.

Pascal		Sol. we can see in Pascal < 1.
1 1 1	= 1	
1 2 1	= 2	
1 3 3 1	= 8	
1 4 6 4 1	= 16	
1 5 10 10 5 1	= 31 (32 – 1)	
1 6 15 20 15 6 1	= 59 (64 – 7)	
1 7 21 35 35 21 7 1	= 99 (128 – 29)	

Ex: 1) **Unproved Conjecture**

In 1742 Christian Goldbach made a conjucture that even number greater than 2 can be written as the sum of twoprimes.

4 = 2 + 2 10 = 5 + 5 = 7 + 3

6 = 3 + 3 12 = 5 + 7

8 = 5 + 3 14 = 7 + 7 = 3 + 11. Many believe that it is ture but, nobody proved till today.

2) Recently by observing prime numbers

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37 ... it is conjectured that no two conjective primes end with same last digit.

SCERT TELANGANA

Examples : Observe and Conjecture

1) $2 = 2$

$2 + 4 = 6$

$2 + 4 + 6 = 12$

Observe the triangle. What pattern it following.

It is used to write power series.

2)

	$1^0 + 2^0 + ... + n^0 = 1\binom{n}{1}$
1	$1+2+...+n = 1\binom{n}{1} + 1\binom{n}{2}$
1 1	
1 3 2	$1^2 + 2^2 + ... + n^2 = 1\binom{n}{1} + 3\binom{n}{2} + 2\binom{n}{3}$
1 7 12 6	$1^3 + 2^3 + ... + n^3 = 1\binom{n}{1} + 7\binom{n}{2} + 12\binom{n}{3} + 6\binom{n}{4}$
1 15 50 60 24	$1^4 + 2^4 + ... + n^4 = 1\binom{n}{1} + 10\binom{n}{2} + 50\binom{n}{3} + 60\binom{n}{4} + 24\binom{n}{5}$

Geometry Basics

Every mathematical system consists of *fundamental elements*, undefined terms, defined terms, axioms and theorems. In real number system *fundamentals* are provided by set of real numbers. *Number* and *set* are undefined terms.

To understand geometric system, first we must understand the principles used to build the system. Geometric space is not physical space, but it is a system of ideas suggested by our experience with physcial space.

Geometric system begin with undefined terms *points*, *lines* and *planes*. To understand these we should have some physical models in our mind. For point a period used at the end of a sentence '.' a dot. This gives us an idea that it has position and no dimension. Railroad track seemingly endless in both direction can be used for line to show it extends in one dimension. For plane looks like a desk top or wall, it extends in two dimensions.

The *axioms* are unproved statements accepted as true within the contest of a particular mathematical system. For example in real number system we have equality axioms.

a = a (Reflexive law)

If a = b then b = a (Symmetric law)

If a = b and b = c then a = c (Transitive law)

In geometry we have

There exists sets of infinitely many points called lines and each two points belong to exactly one line.

SCERT TELANGANA

This axiom does not define lines; it states that there axiom gives a quality of straightness to lines. If line could be curves, then two lines could interesect at two points A amd B.

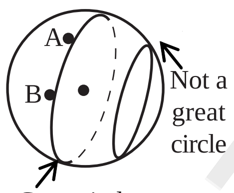
Euclid stated ten assumptions. He called five of these postulates; the other five common notation or axioms.

Euclid's Postulates	Euclid's Common Notations
1. It is possible to draw a straightline from any point to any point. 2. It is possible to extend a straight line infinitely in either direction. 3. It is possible to draw a circle with a given centre and radius. 4. All right angles are equal. 5. If two straighlt lines lying in a plane are met by another line and if the sum of the interior angles on one side is less than two right angles, then the straight lines if extended will meet on that side.	6. Things which are equal to the same are equal to each other. 7. It equals are added to equals the sums are equal. 8. It equal are subtracted from equals the remainders are equal. 9. Figures which coincide with each other are equal. 10. The whole is greater than any of its parts.

The fifth postuate is known as parallel postulate becuase it is logically equalent to : Through a given point not on a given line there passes at most one line which is parallel to the given line (play fair axiom).

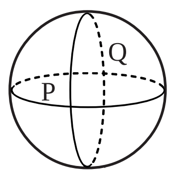
Non Euclidean Geometry

In ancient times people believed that the world is flat, so it is natural that Euclid drew geometric figures on a flat plane. The shortest distance between two points on a plane is (straight) line segment, however on a sphere the shortest distance between two points is an arc of a great circle. Therefore in spherical geometry, we think of a line as a great circle.



The shortest distance between A, B is an arc of a great circle.

There are no parallel lines in sperical geometry, as any two great circles intersect in two points.



Great circles intersect at points P and Q

Notice that what we consider to be lines and what properties they have depends on the surface on which we are drawing the lines.

Games are played according to the rules specifed.

By changing just are one rule, a game completely different. Geometry may be compared to a game - the postulates are its rules. If we change even one postulate, a new geometry will be created.

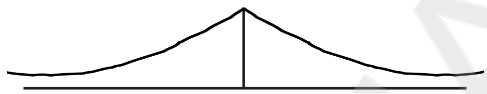
Mathematician developed non-Euclidean geometry. First they tried to prove fifth postulate by making it a theorem. As they failed they tired to deny it. If deny there are two possibilities.

SCERT TELANGANA

1) Assume that for a line and a point not on that line there are no lines parallel to the given line.
2) Assume that for a line and a point not on that line there are at least two lines parallel to the given line.

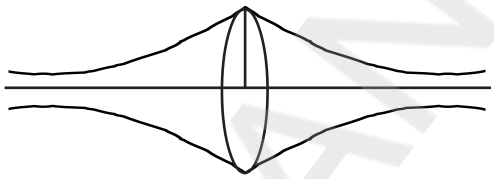
The first approach led to the spherical geometry mentioned above developed by Riemann

Labachevsky and others developed a geometry using the second approach. It can be visualized on the surface of pseudosphere.

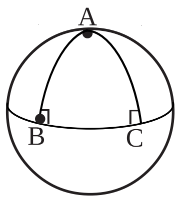


tratrin

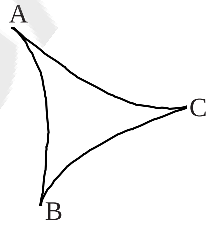
It is like the bells of two trumpets joind together.



psedosphere



If we draw triangles on the sphere using greater circles one of which is equator, we get a triangle having two right angles at B and C leading to sum of the angle of triangle exceeding 180^0.



On pseudosphere triangles have sum of the angles less than 180^0.

Here is a comparative table.

	Euclidean	**Lobachevskian**	**Riemannion**	
Two distinct lines intersect in	at most one	at most one	one (single elliptics two (double elliptic)	point
Given line '*l*' and point 'P' not on *l* there exist	one and only one line	atleast two lines	no lines	through 'P' parallel to '*l*'
A line	is	is	is not	separated into two parts by a point
Parallel lines	are equidistant	are never equidistant	do not exist	
If a line intersects one of two parallel lines, it	must	may or may not	–	intersect the other
Two distinct lines perpendicular to the same line	are parallel	are parallel	intersect	–
The angle sum of a triangle is	equal to	less than	greater than	180^0
The area of a triangle is	independent	proportional to the defect	proportional to the excess	of its angle sum
Two triangles with equal corresponding angles are	similar	congruent	congruent	

SCERT TELANGANA

Proof

Introduction

The most striking difference in the geometery studied in the primary level and secondary level is emphasis on proof in secondary level. To prove some thing means to explain why it must be true. In mathematics such explanation take the form of chain of reasoning. For that we look at the statements.

A *statement* is a sentence which is either true or false but not both true and false.

Examples : (a) True statements

$10 + 3 = 13$

The square of every even integer is even.

(b) False statements

$\pi = 3$

$\pi = 3.4...$

(c) Sentences not statements

$x + 3 = 9$

If-then statements : Consider the statement.

If it rains, then the ground gets wet.

The 'if ' part of the statement (it rains) is called the *hypothesis* and the 'then' part (the ground gets wet) is called the *conclusion* of the statement. Statements in *if-then* form, or the statements that can be rephrased into such form are called *statements of implication or conditional statements*. In symbolic form of it is "if *p* then *q*" where *p* denotes hypothesis and '*q*' conclusion.

Ex: If b and c are real numbers, then b + c is a real number.

Hypothesis b(p) and c are real number.

Conclusion b(q) + c is a real number.

In symbolic form if 'p' then q $\quad p \Rightarrow q$

It is some times necessary to rephrase a statement into if-then form. To give same meaning occasionally we may have to revise the wording. First identify hypothesis and conclusion.

Ex: a) All birds have feathers.

Sol. If an animal is a bird then it has feathers.

b) Two angles are supplementary if they are a linear pair.

Sol. If two angles are linear pair then they are supplementary.

Exercise : Rewrite in if-then form.

1) All 90^0 angles are right angles.

2) $2x + 7 = 1$ because $x = -3$

3) When $n = 9$, $n^2 = 81$

SCERT TELANGANA

Reading implications :

There are many different ways of reading the statement $p \Rightarrow q$.

(i) It p then q (ii) p implies q (iii) q if p (iv) p only if q

(v) q wherever p (vi) p is sufficient for q (vii) q is necessary for p

Negation :

The denial of a statement is called the negation of that statement not-p denotes negation of p.

p	not p or ~p
The ball is red	The ball is not red
The cat is not black	The cat is black
$4 = 3$	It is not true that $4 = 3$, $4 \neq 3$

Verifying Statements

Conditional statements can be true or false. To show that a conditional statement is true, we must prove that the conclusion is true every time the hypothesis is true. To show it false we give only counter example.

Related Conditionals

To write the converse of a conditional statement exchange the *hypothesis* and conclusion.

To write the *inverse* of a conditional statement, negate both the hypothesis and conclusion. To write the *contra positive* first write the converse and negate both the hypothesis and conclusion.

Conditional Statement	:	If $m < A = 70^0$ then $\angle A$ is acute.
Converse	:	If $\angle A$ is acute then $m<A = 70^0$.
Inverse	:	If $m < A \neq 70^0$ then $\angle A$ is not acute.
Contra positive	:	If $\angle A$ is not acute then $m<A = 70^0$.

both false

both true

Equivalent Statements

A conditional statement and its contrapositive are either both true or both false. Similarly the inverse & converse of a conditional statement are either both true or both false.

When two statements are both true or both false they are called *equivalent statements*.

Definitions : We can write a definition as a conditional statement in if-then form or as its converse. Both the conditional statement and its converse are true.

Ex: Subset

1. If set A is a subset of B, then every element of A is also an element of B.

2. If every element of set A is also an element of set B, then A is a subset B.

The statements "Set A is a subset of B" and "Every element of A is an element of set B" are equivalent statements and may be used interchangeably.

SCERT TELANGANA

Biconditional Statements :

The phrase if and only if (abbreviated iff) refer to a statement together with its converse "*p* if and only if *q*".

This means

1. *p* is true if *q* is true and   or   If *p* then *q* and
2. *p* is true only if *q* is true   or   If not – *q* then not – *p*

or

If *q* then *p* and if *p* then *q*.

Consequence of Axioms

A statement that can be shown to be a logical consequence of axioms and definations is a theorem. After showing that a statement in such logical consequence, we say that the theorem has been proved.

A *lemma* is a theorem which is proved and then used in the proof of another theorem.

A theorem easily deduced from another theorem is a *corollary*.

Deductive Reasoning

The inductive reasoning employed in example in the beginning lead from many particular cases to a general conjecture. Which may or may not be true. To see if our discoveries are logically consistant we use other reason deductive reasoning.

Deductive reasoning (*logical reasoning*) is the process of demonstrating that if certain statements are accepted as true, then other statements can be shown to follow from them.

We will use inductive reasoning to make discoveries and deductive reasoning to show that the discoveries are logically consistant with each other.

Ex: We have established "product of two odds is odd". We deduce $3 \cdot 5 = 15$ then 15 is odd.

Ex: If ΔABC is equilateral than $m\angle A = 60^0$

$m\angle A \neq 60^0$

Therefore ΔABC is not equilateral.

Types of Proofs

There are three basic approaches to prove logical arguments. (i) direct proofs (ii) indirect proofs (iii) conditional proof.

(i) Direct proof

Many statements in the form $p \Rightarrow q$. In direct proof we begin '*p*' is true and deduce *q*.

Ex.1 For positive real numbers a and b, $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$.

For constructing proof we summerise what is needed in given-goal diagram.

SCERT TELANGANA

Given	Goal
a, b positive real numbers.	$a < b \Rightarrow a^2 < b^2$

If we add an implication to the hypotheis. We get

Given	Goal
a, b positive real numbers	$a^2 < b^2$
$a < b$	

We have a^2 and b^2 in our goal this suggests multiplying the given inequality through by a and by b.

Thus

$a < b \Rightarrow a^2 < ab$ and $a < b \Rightarrow ab < b^2$

as both 'a' and 'b' both positive. Using transitive properly we get i.e.,

$a^2 < ab$ and $ab < b^2 \Rightarrow a^2 < b^2$

Ex.2 For real numbers a and b, $a < b \Rightarrow 4ab < (a + b)^2$

(In the example from $a < b$ to get $4ab < (a + b)^2$ we have to find the route to reach goal. In such situation we approach the problem from goal to given i.e. we construct proof backward.

Given	Goal
a, b real numbers	$4ab < (a + b)^2$
$a < b$	

There goal is more complicated how to reach it. We start simplifying complicated part

$$
\begin{aligned}
4\,ab < (a + b)^2 &\Leftarrow 4\,ab < a^2 + 2ab + b^2 \\
&\Leftarrow 0 < a^2 - 2ab + b^2 \\
&\Leftarrow 0 < (a - b)^2 \\
&\Leftarrow a \neq b \\
&\Leftarrow a < b
\end{aligned}
$$

Hence $a < b \Rightarrow 4ab < (a + b)^2$

We present the proof as follow

$$
\begin{aligned}
\text{Proof : } a < b &\Rightarrow a - b \neq 0 \Rightarrow 0 < (a - b)^2 \\
&\Rightarrow 0 < a^2 - 2ab + b^2 \\
&\Rightarrow 4ab < a^2 + 2ab + b^2 \\
&\Rightarrow 4ab < (a + b)^2
\end{aligned}
$$

SCERT TELANGANA

(ii) Proof by contradiction (Indirect proof)

In some cases direct method wouldn't work. Specially when we are proving negative statement. The steps in applying the method are

1. Assume that the alterative to be tested is true.

2. Show that this assumption leads to a statement that contradicts some defination, axiom or previous theorem or the hypothesis itself. If we can establish such contradiction then the alterative being tested can't be true and must there be false.

Ex.1 Given $\overline{AB} \cong \overline{DE}$, $\overline{BC} \cong \overline{EF}$ and AC > DF

Prove m < B > m < E.

Sol. Assume that $m < B \not> m < E$. Then it follows that

m < B = m < E or m < B > m < E

Case (1) If m < B = m < E then $\Delta ABC \cong \Delta DEF$ by SAS congruency.

$\therefore$ AC = DF

Case (2) If m < B < m < E then AC < DF by Hinge theorem.

Both conclusions contradict the given information that AC > DBF so our assumption $m < B \not> m < E$ cannot be correct. Therefore m < B > m > E.

Ex. Prove there do not exists intergers *m* and *n* such that $14m + 20n = 101$.

Hence gcd of 14 and 20 is 2. $\Rightarrow$ $14m$ is even also $20n$

$14m + 20n$ is even.

(iii) Proof by Induction

The "induction principle" technique particularly useful when proving statements about the positive integers.

It is useful to prove some property holds to positive integers 1, 2, 3 ... is difficult. This principles works as the positive integers are in sequence with any number obtainable by starting from the number 1 and adding 1 to it enough times. The idea is preuse, as follows

Suppose that P (n) is a statement involving a general positive integer 'n'. The P (n) is true for all positive integers 1, 2, 3.....is

(1) P (1) is true and

(2) P (k) $\Rightarrow$ p (k + 1) for all positive integers k.

Ex. For all positive integers n we have $n \le 2^n$.

Proof : Let us begin comparing n and 2^n for some particular cases.

n	1	2	3	4
2^n	2	4	8	16

We see result holds for n = 1, 2, 3, 4.

Now, we check our principle.

It holds for P(1) as $1 \leq 2$

Now, let us check P (k) $\Rightarrow$ P (k + 1)

Here P (K) is known as Inductive hypothesis.

Now our problem reduces to

Given : K is positive and $K \leq 2^k$

Goal : $K + 1 \leq 2^{k+1}$

We have $K \leq 2k$ we get

$$\begin{aligned} K + 1 &\leq 2^k + 1 \\ &\leq 2^k + k && \text{slno } k \rightarrow 1 \\ &\leq 2^k + 2^k && \text{inductive hypothesis} \\ &\leq 2 \cdot 2^k \\ &= 2^{k+1} \end{aligned}$$

Alternatively we start from other side.

$$\begin{aligned} 2^{K+1} &= 2 \cdot 2^K \geq 2K && \text{inductive hypothesis} \\ &= k + k \\ &\geq K + 1 \end{aligned}$$

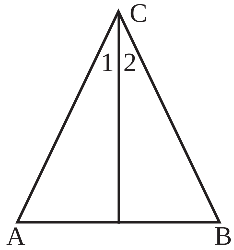
Styles of Proof

All theorem must be proved. There are various ways of writing and presenting the proof.

Two-column proof

A two-column proof has numbered statements and reason that show the logical order of an argument.

Ex. The angle bisector of vertex angle of an isosceles triangle is also a median to the base.



Given: In Δ ABC ; $\overline{AC} \cong \overline{BC}$ and $\overline{CD}$ an angle bisector of angle C.

Show: $\overline{CD}$ is a median to base.

Statement	Reason
1. $\overline{AC} \cong \overline{BC}$	1. Given
2. $\overline{CD}$ is bisect of $\angle C$	2. Given
3. $\angle 1 \cong \angle 2$	3. Retination of angle bisector

SCERT TELANGANA

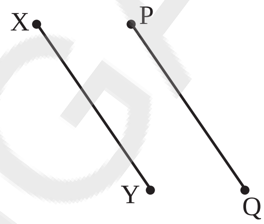
4. $\overline{CD} \cong \overline{CD}$	4. Reflexive property of congruence
5. $\Delta ADC \cong \Delta BDC$	5. SAS Congruency
6. $\overline{AD} \cong \overline{BD}$	6. CPCTC
7. D is a midpoint of $\overline{AB}$	7. Def. of mid point
8. $\therefore$ $\overline{CD}$ is a median	8. Def. of median

Paragraph Proof

Proof written in paragraph form called *paragraph proof*.

Here we give an example for both methods.

Theorem – Prove symmetric property of segments.



Given: $\overline{PQ} \cong \overline{XY}$

Prove: $\overline{XY} \cong \overline{PQ}$

Two-column proof

Statement	Reason
1. $\overline{PQ} \cong \overline{XY}$	1. Given
2. PQ = XY	2. Def. of congruent segment
3. XY = PQ	3. Symmetric property of equality
4. $\overline{XY} \cong \overline{PQ}$	4. Defination of congruent segment

Paragraph Proof

It is given that $\overline{PQ} \cong \overline{XY}$. By defination of congruent segments. PQ = XY. By the symmetric property of equality XY = PQ. Therefore by the defination of congruent segments it follows $\overline{XY} \cong \overline{PQ}$.

Observe that in two column proof statement is written first and reason given later. But in paragraph proof reason written first and statement written later.

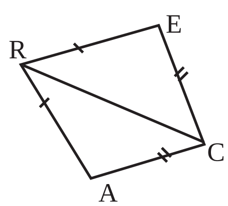
Flow chart proof

A concept map can help to plan and visualize logical thinking. A flow chart is a concept map that shows step by step procedure through a complicated system actions are presented in boxes, arrows connect the boxes to show the flow of the action.

Ex. Given: $\overline{AR} \cong \overline{ER}$

$\overline{EC} \cong \overline{AC}$

Show: $\angle E \cong \angle A$



SCERT TELANGANA

Logical reason is written below the box.

Geometric Proof & How to think over

Geometry began as collection of "rules - of - thumb" developed by Babylonians and Egyptians. The rules were used measure land. They are results of trial and error method.

Logical reasoning started with Thales a Greek mathematicians used different chain of deductive reasonings. Euclid in his 'The Elements' established a single chain of deductive arguments for all geometry. Euclid started from collection statements that he regarded as true (postulates). Then systematically he domonstrated one after another geometric discovery could be shown logically from postulates and his previously verified conjectures (theorems).

The process of geometric proof is same as in logic proofs, but their premises are different.

Premises for geometric arguments

1. Definitions and undefined terms.
2. Properties of algebra, equality and congruence
3. Postulates of geometry
4. Previously accepted or proven conjectures.

The Process

How to plan a proof of a conjecture. There is a suggesion of steps you have to deall.

Task. 1. Identify what is given and what you must show in the conditional statement.
2. Draw and label a diagram to go with the given information.
3. Restate what is given and what you must show in terms of your diagram.
4. Plan a proof. Organize your reasoning mentally or on a paper.
5. Draw a flow chart.
6. Write a proof (flow chart proof; two column proof or paragraph proof)

Here is an example for you

Conjecture : It both pair of opposite sides of a quadrilateral are congruent, then the quadrilateral is a parallelogram.

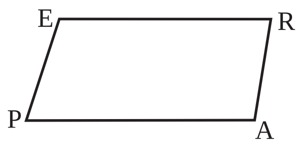
Task 1 Identify what is given and what you must show

Given :Opposite sides of a quadrilateral are congruent.

Show : The quadrilateral is a parallelogram.

SCERT TELANGANA

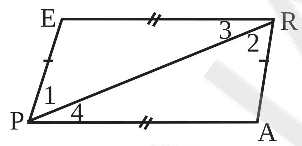
Task 2 Draw and label a diagram.



Task 3 Restate what is given and what you must show in terms of diagram.

Given : Quadrilateral PARE with $\overline{PE} \cong \overline{RA}$ and $\overline{PA} \cong \overline{RE}$

Show: PARE is a parallelogram.

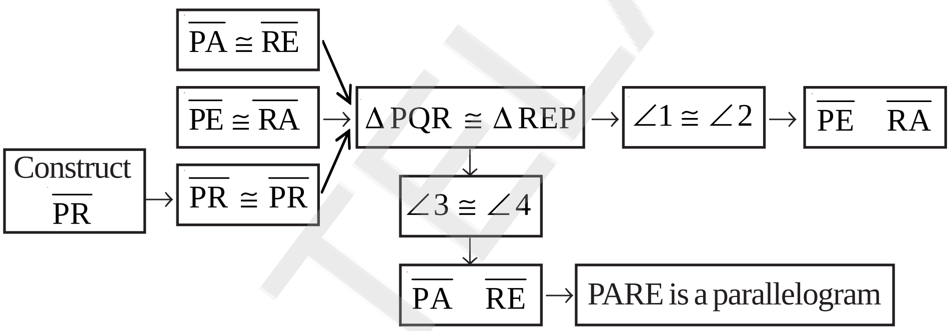


Task 4 Plan a proof.

Plan :

- We can shwo PARE is a parallelogram if the opposite sides are parallel.
- We draw in diagonal $\overline{PR}$ to get two pair of alterative interior angles and hopefully, two triangles that are congruent.
- If we can show $\angle 1 \cong \angle 2$ then $\overline{PE}\ \ \overline{AR}$
- If we can show $\angle 3 \cong \angle 4$ then $\overline{PA}\ \ \overline{ER}$
- If we can show $\Delta PAR \cong \Delta REP$ then $\angle 1\ \ \angle 2$ and $\angle 3 \cong \angle 4$ by CPCTC.
- How can we show that two triangles congruent? By looking at what is given; we see that $\overline{PA} \cong \overline{RE}$ and $\overline{PE} \cong \overline{RA}$. Also by reflexive property or congruency $\overline{PR} \cong \overline{PR}$.
- Therefore, we can show $\Delta PAR \cong \Delta REP$ by SSS.

Task 5 Draw flow chart



Task 6 Write proof

Two-column proof

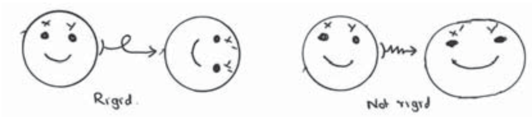
Statement	**Reason**
1. Construct $\overline{PR}$	1. Line postulate
2. $\overline{PA} \cong \overline{RE}$	2. Given
3. $\overline{PE} \cong \overline{RA}$	3. Given
4. $\overline{PR} \cong \overline{PR}$	4. Reflexive property of congruents
5. $\Delta PQR \cong \Delta REP$	5. SSS
6. $\angle 1 \cong \angle 2$; $\angle 3 \cong \angle 4$	6. CPCTC
7. $\overline{PE}\ \ \overline{RA}$; $\overline{PA}\ \ \overline{RE}$	7. AIA postulate
8. PARE is a parallelogram	8. Definition of parallelogram

SCERT TELANGANA

Exploring Geometric Figures

Rigid motions

The act of taking an object and moving it from some starting position to some ending position with out attemping its shape or size is called a rigid motion (isometry).

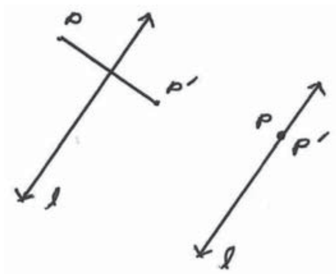


The distance between any two points *x* and *y* on the body; in the starting position is the same as the distance between the same points in the ending position. We are only concerned with the net effect of the motion - where the object started and where the object ended. What happens during 'trip' is irrelevant.

Two rigid motions that move an object from the same starting position to the some ending position are equalent rigid motions.

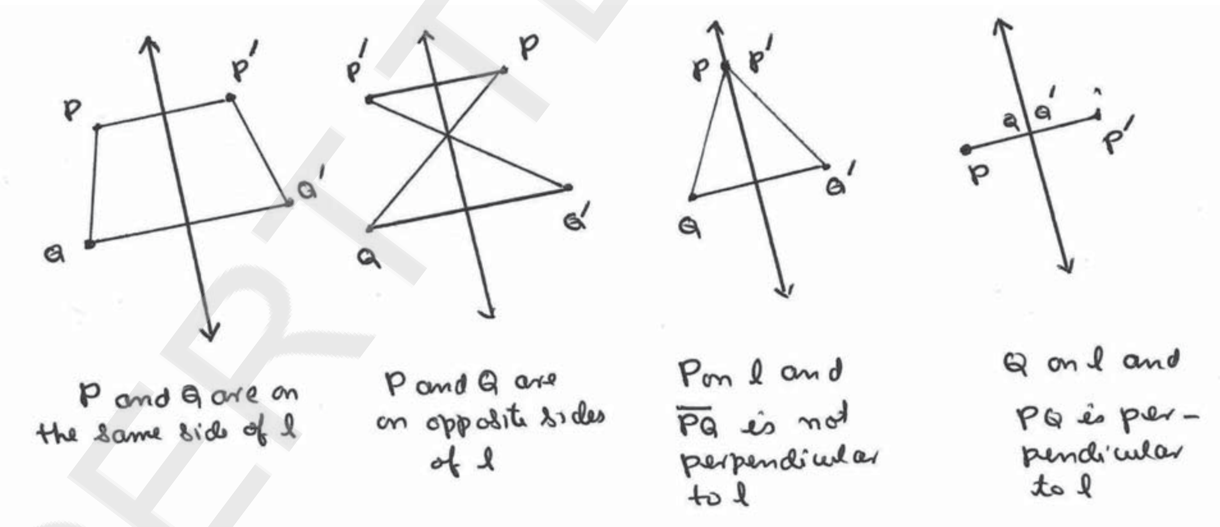
1. Reflection

A reflection in the plane (which some times called a flip or mirror reflection) is a rigid motion that moves an object into new position that is a mirror image of the starting position. We call the mirror line as the axis/line of reflection.



Reflection moves a generic point P in the plane, so that its image is found by drawing line through P perpendicular to the axis of reflection '*l*' and finding the point 'P' on the opposite side of *l* at the same distance of P from *l*. Points on the axis itself are fixed point, on the reflection.

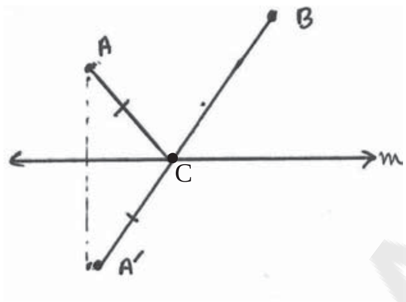
Observe different cases of reflection.



Can you prove PQ = P'Q' ?

SCERT TELANGANA

A Puzzle : Two houses are located on a rural road 'm'. You want to place a telephone pole on the road at a point 'c' so that the length of the cable AC + BC is a minimum. Where should you locate C?



Sol : Reflect A in line m to get A'. Then draw $\overline{A'B}$ lable the intersecting point as 'C'. As $A'B$ is shortest and AC = $A'C$, 'C' is the required point.

Properties :

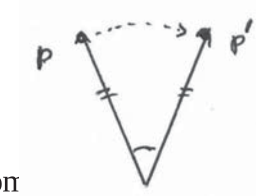
1. A reflection is completely determined by its axis *l*.
2. A reflection is completely determined by a single point image pair p and p'.
3. A reflection has infinitely many fixed points (on *l*)
4. A reflection is an improper rigid motion (orientation reverses)
5. When the same reflection is applied twice, we get the identily motion.

2. Rotation

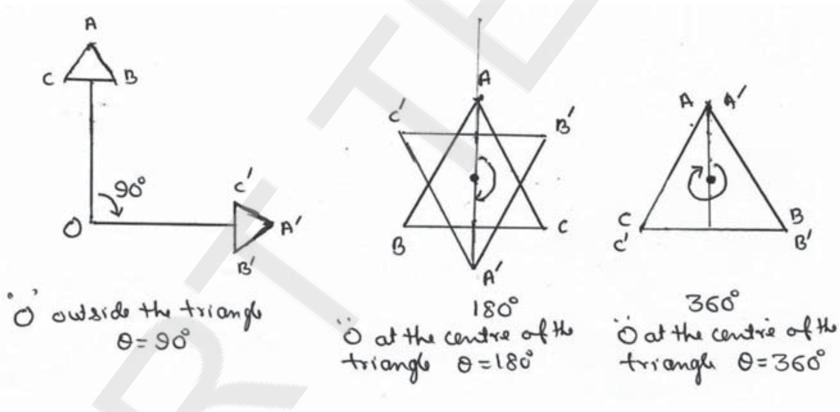
A rotation (also called turn) in a plane is a rigid motion in which a figure is turned about a fixed point 'O'. A rotation is defined by the two pieces of information (1) the rotocenter or the center of rotation and (2) the angle of rotation (measure on the angle of rotation)

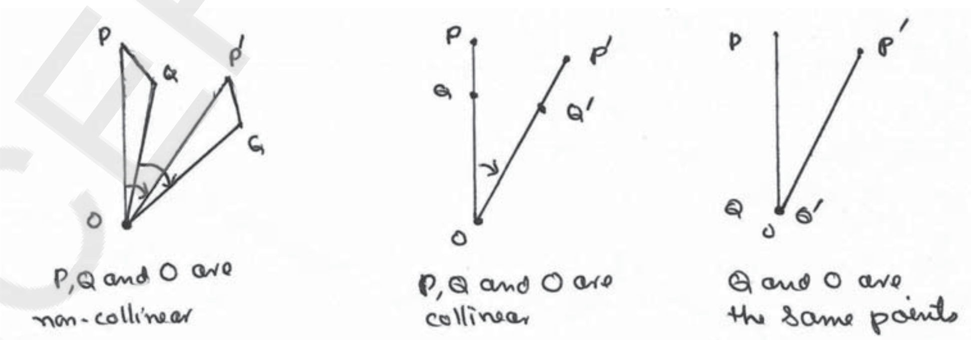
Observe the different cases in rotation.

Can you prove PQ = $P'Q'$?



A Puzzle : A music store called Ozone conducted contest for its logo com



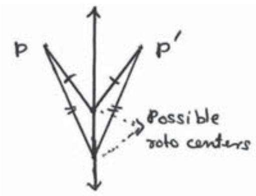


SCERT TELANGANA

Sol. Rotational (symmetry) about center $\theta = 180^0$

Sol : The design has rotational (symmetry) about center 90^0, 180.

Properties :



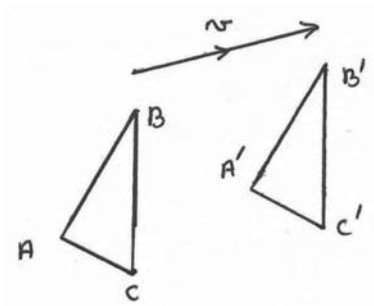
1. A rotation is completely determined by for points. (two points and their respective images) can't be determined by two points like reflection.
2. Roto center is the only fixed point of a rotation.
3. A rotation is a proper rigid motion (orientation preserved).
4. A 360^0 rotation is the identity rotation.

3. Translation

A translation consists of essentially dragging an object in a specified direction and by a specified amount (length) it is a rector of tranlation.

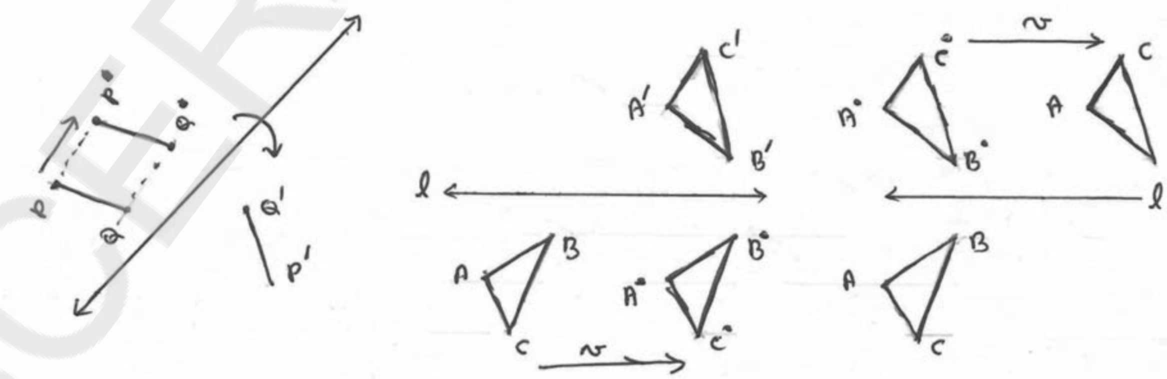
Properties :

1. A translation is completely determined by two points (a point and its image).
2. A translation has no fixed points.
3. A translation has no fixed points.
4. A translation followed by the same translation in the opposite direction is the identity.



4. Glide Reflection

A glide reflection is a rigid motion obtained by combining a tranlation (glide/slide) with a reflection.



SCERT TELANGANA

Properties :

1. A glide reflection is completely determined by four points (two points and their respective images) | If only P and P' were given we would n't get acix l.
2. A glide reflection has no fixed points.
3. A glide reflection is an improper rigid motion.
4. A glide reflection followed by the same glide reflection in the opposite direction is the indentily.

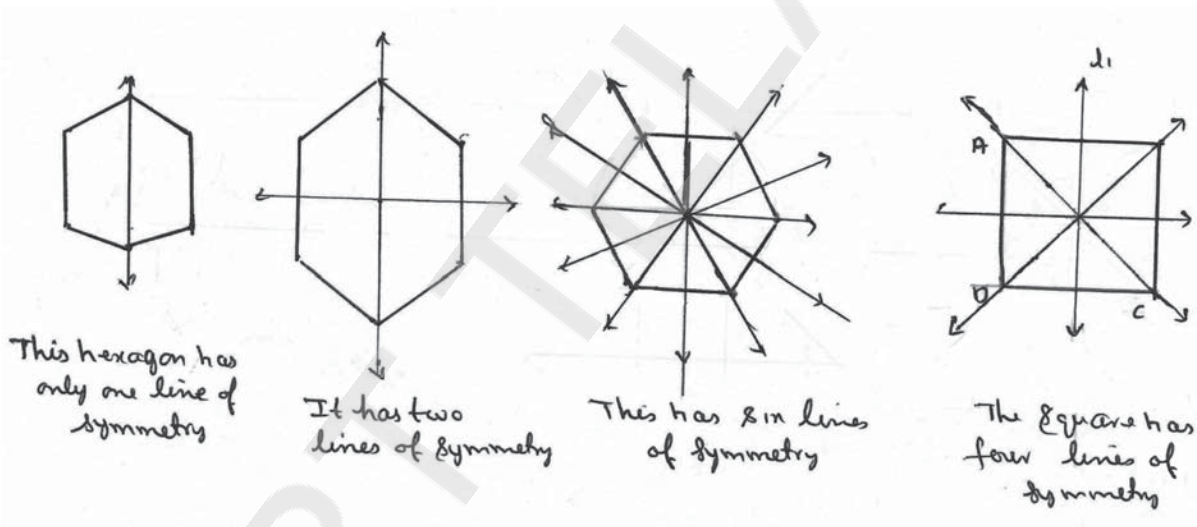
SYMMETRY

A symmetry of a plane figure is only rigid motion that moves all the points back to the points of the figuer i.e.

One useful way to think of symmetry in this : you observe the position of an object and then while you are not looking the object is moved. If you can't tell the object was moved, the rigid motion is symmetry.

1. Reflectional symmetry

If a figure can be reflected about same line in such a way that the resulting image



coincides with the original then the figure has a reflectional symmetry (also called the line symmetry). The line is called the axis of symmetry or line of symmetry.

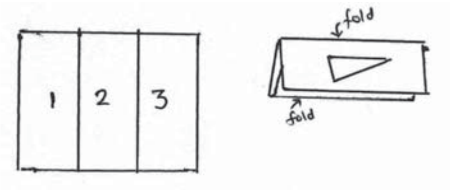
In the square given it choose l_1 as the axis of reflection the square fall back into itself with A, B interchanging places and C and D interchanging places. similarly w.r.t l_1 and l_3.

Ex. Keleidioscope:- In it mirrors are place next to each other to form a V. The angle between them determines symmetry.

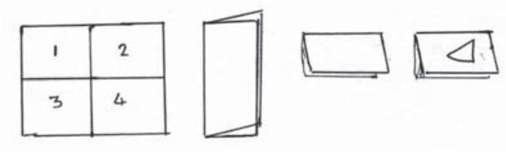
Ex. Many flowers.

Activity:-

(i) Fold a piece of paper as shown. Cut a scalene triangle outs of the folded paper and unfold the paper. How the triangles 2 and 3 are related to triangle 1 ?

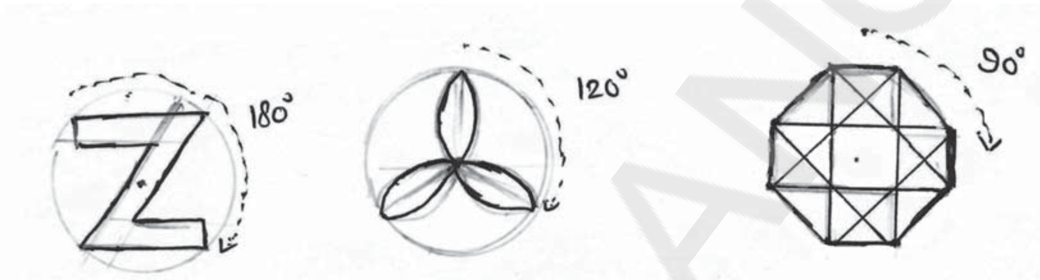


(ii) Fold a piece of paper as shown. Cut a scalene triangle out of the folded paper and unfold. How the triangles 2, 3 and 4 are related to the triangle 1 ?

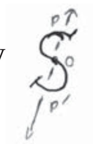


2. Rotational symmetry

If a figure can be rotated '*n*' degrees about a point in such a way that the resulting image coincides with the original figure, then the figure has rotational symmetry of *n* degrees.

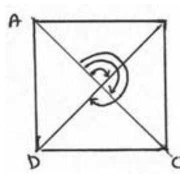


You can trace the figure and test it for rotational symmetry



The letter Z and S have rotational symmetry of 180^0.

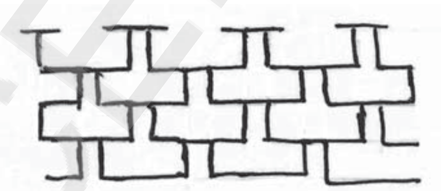
A figure has point symmetry. If it has 180^0 rotational symmeter i.e., the half turn takes the figure back to itself and every point P of the figure has corresponding point p' of the figure that is directly opposite the rotocenter 'O'.



In the adjacent square, if we rotate it with 'O' as rotocenter to 90^0, the points moves A to the upper right rigid B and $B \rightarrow C$, $C \rightarrow D$ and $D \rightarrow A$.

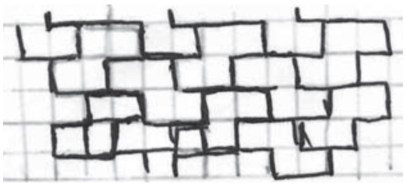
Similarly with 'O' as rotocenter and 180^0 , 270^0 rotations gives symmetric figure.

3. Translational symmetry



It a pattern can be translated a given distance in a given direction in such a way the image coincides with the original, then the pattern has transactional symmetry. The given distance and given direction are identified by tranlaction vector.

4. Glide and reflectional symmetry



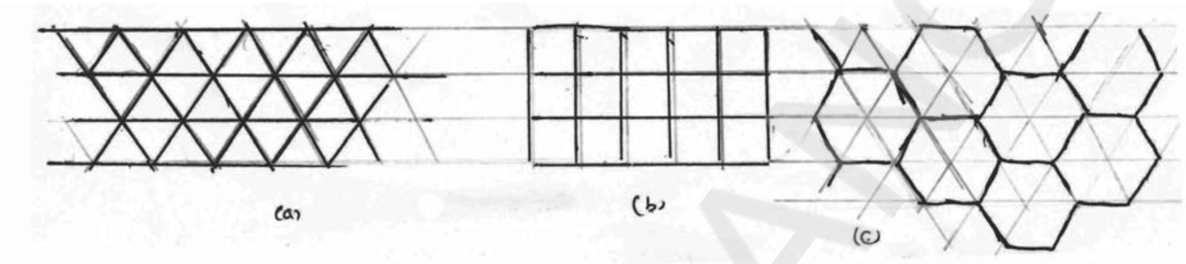
It a design can undergo a glide and reflection isometry in such a way that the image coincide with the original then the design has glide reflectional symmetry.

TESSELLATIONS

You can find mosaic tile patterns in many places. The tile patterns completely cover a floor without a gap or overlaps.

A simple closed curve with its interior is a tile a set of tiles from a tiling of a figure if the figure is completely covered by the tiles without overlapping any interior points of the tiles. Tilings are also known as tessellations.

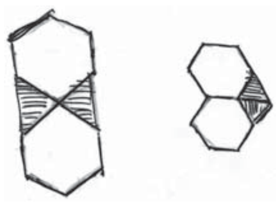
In the adjacent figures each tiling is of regular figures their verticles are meeting point. As the angle at a point is 360^0 measure we have only these of regular .



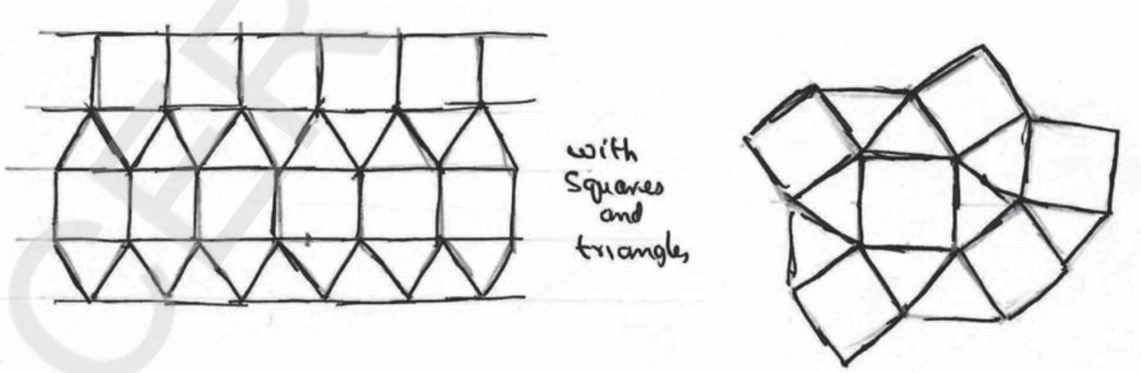
Why can't we tiling with regular pentagonal tiles?

Why have only three regular tilings of a plane?

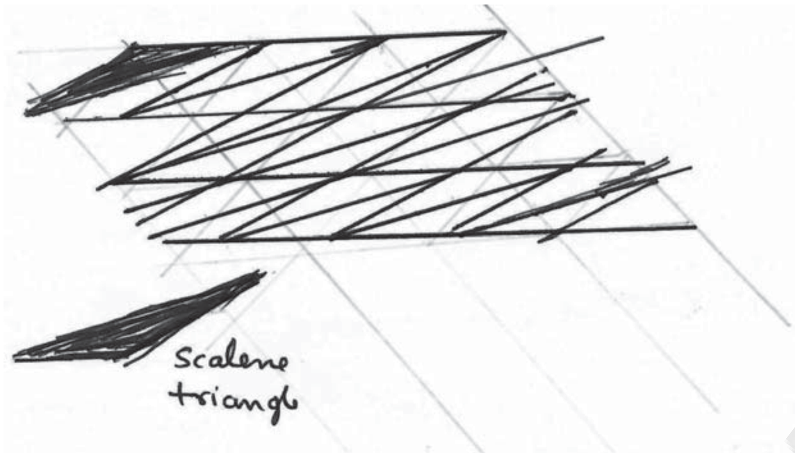
Semiregular tilings :- A regular tiling uses congruent figures of one type of tile the plane. If we use more than one type of regular tilings with identical vertex figures is semiregular tiling. Some type of polygons must surround each vertex and they must occur in the same order.



Observe two distinct type of vertex figures with two regular hexagons and two equilateral triangles. The first can be used for tessellation the second can't (why).



Tiling with irregular polygon



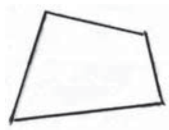
If you join two triangles you will get a parallelogram. Draw you can tile.

Activity :

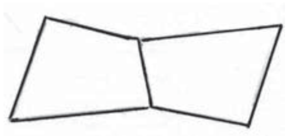
Take a colour sheet of paper. Fold it 4 times. Draw a quadrilateral that is not a rectangle. Cut the paper folded along the quadrilateral. You will have 16 congruent quadrilateral.

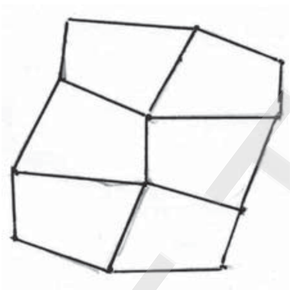
or

1. Cut a quadrilateral that is not a rectangle from a piece of cardboard. Trace the shape on a piece of paper.



2. Rotate the quadrilateral 180^0 so an edge of the cardboard matches an edge of the shape on the paper. Trace the new position of the quadrilateral.



3. 

Continue rotating and tracing the quadrilateral to make a tessellation. colour your tessellation.

(instead you can paste the colour quadrilateral cutouts and paste)

SCERT TELANGANA

Similar Figures

We have studied rigid motions of geometric figures they pressure their shape and size.

If two geometric figures are congruent they have the same size (same measurements) and the same shape.

The points we already came across are.

(1) Segments are congruent iff their lengths are equal $\overline{PQ} \cong \overline{RS}$

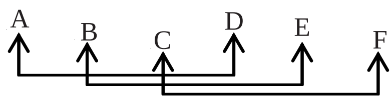
notation for $\overline{PQ}$ is congruent to $\overline{RS}$.

(2) Angles are congruent iff they have the same measures.
Notation $< A \cong < B$ i.e. $m < A = m < B$

(3) Two triangles are congruent (or a triangle is congruent to itself) Iff. there exists a correspondence between the vertices of the triangle such that every pair of corresponding sides are congruent, and every pair of corresponding angles are congruent.

Notation $\Delta ABC \cong \Delta DEF$

i.e.



$\overline{AB} \leftrightarrow \overleftrightarrow{DE}$; $\overline{BC} \to \overline{EF}$; $\overline{AC} \leftrightarrow \overline{DF}$ and
$\angle A \leftrightarrow \angle D$; $\angle B \leftrightarrow \angle E$; $\angle C \leftrightarrow \angle F$

(Corresponding parts of triangles)

(4) We have SSS, SAS, ASA and RHS creiteria for congruency of triangles. (instead of RHS, in same books it is taken as BOS biggest angle, its opposite side and another side)

(5) Two polygons are congruent if (i) if they have same number of sides (ii) their corresponding sides are congruent and (iii) their corresponding angles are congruent.

(6) Two circles are congruent if their radie are congruent.

Dilation

In rigid transformation object and its image are congruent.

Dilation is a nonrigid transformation. In special type the object we know that

Two polygons are similar iff there is a correspondence between verticles of the polygons such that

1. The sequence of lengths of corresponding sides are proportional and
2. Corresponding angles are equal.

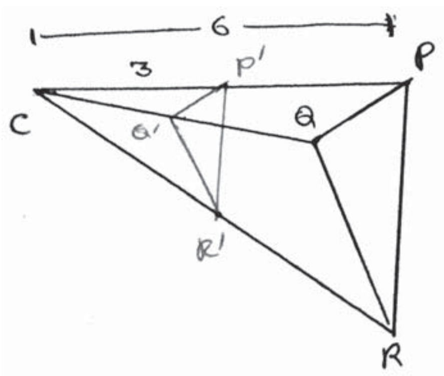
A dilation with center C and scale factor k is a transformation that maps every point 'p' in the plane to a point p' so that

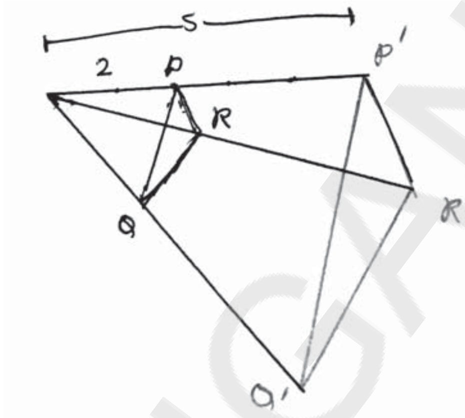
SCERT TELANGANA

1) If 'p' is not a center point, then the image p' lies on $\overrightarrow{CP}$; The scale factor k is a positive number such that $k = \frac{CP'}{CP}$ and $k \neq 1$.

2) If 'p' is the center point C, then $p = p'$

The dilation is a reduction if $0 < k < 1$ and it is an enlargement if $k > 1$.

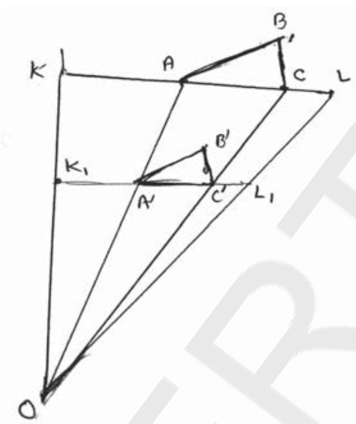




Reduction : $k = \frac{CP'}{CP} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ Enlargement $k = \frac{CP'}{CP} = \frac{5}{2}$

Application :

(1) Used to get enlarged prints of photos.
(2) Used to create perspective drawing.
(3) Used in shadow puppets.
(4) In practical geometry to construct similar figures.
Ex : Construct a triagnle using two known angles and the perimeter.



Construct $\Delta A'B'C'$ with the specified angles. It remains to transform $A'B'C'$ into a similar triangle so that the perimeter is equal to the given magnitude.

Lay off the sides $A'B'$ and $C'B'$ on the extensions of side $A'C'$. Now $K'L'$ will be perimeter of $\Delta A'B'C'$. Draw line segment KL parallel to $K'L'$ but with the given perimeter. Join the ends of parallel lines to get point O intersection of KK' and LL'.

Draw $\overrightarrow{OA'}$ and $\overrightarrow{OC'}$ and get A and B points. Complete the triangle.

Ex:- Construct a triangle when the altitudes are given.

Hint:- Use the properly a triangle is similar to the triangle formed by its altitude. First construct the triangle formed with the given altitudes, then construct the required similar triangle.

*****

6. Maths Laboratory - Activites

At Upper Primary and Secondary Level Schools

Setting up of Mathematics Laboratory

Introduction :

School mathematics education always faces a lot of difficulties due to the abstract nature of the subject as well as lack of motivation. Children develop fear in learning mathematics due to their bad experiences in understanding concepts as well as lack of proper guidence. In recent past many strategies have been attempted by mathematics educators to make mathematics teaching in student-friendly manner. Activity based teaching is one such method which provides hands on experience as well as joy of learning mathematics. And it can be done by the support of ICT in mathematics also (Geo-gebra).

The laboratory based approach of teaching mathematics gives ample opportunities for such activities which help to understand and discover the beauty, importance and relevance of mathematics as a discipline. It also correlates the problems to student's daily-life experience.

Here in this chapter we may discuss some activities for different areas in mathematics to motivate ourselves and for readiness to implement in our schools by developing (mathematics laboratory).

ACTIVITY-1

Fraction Board

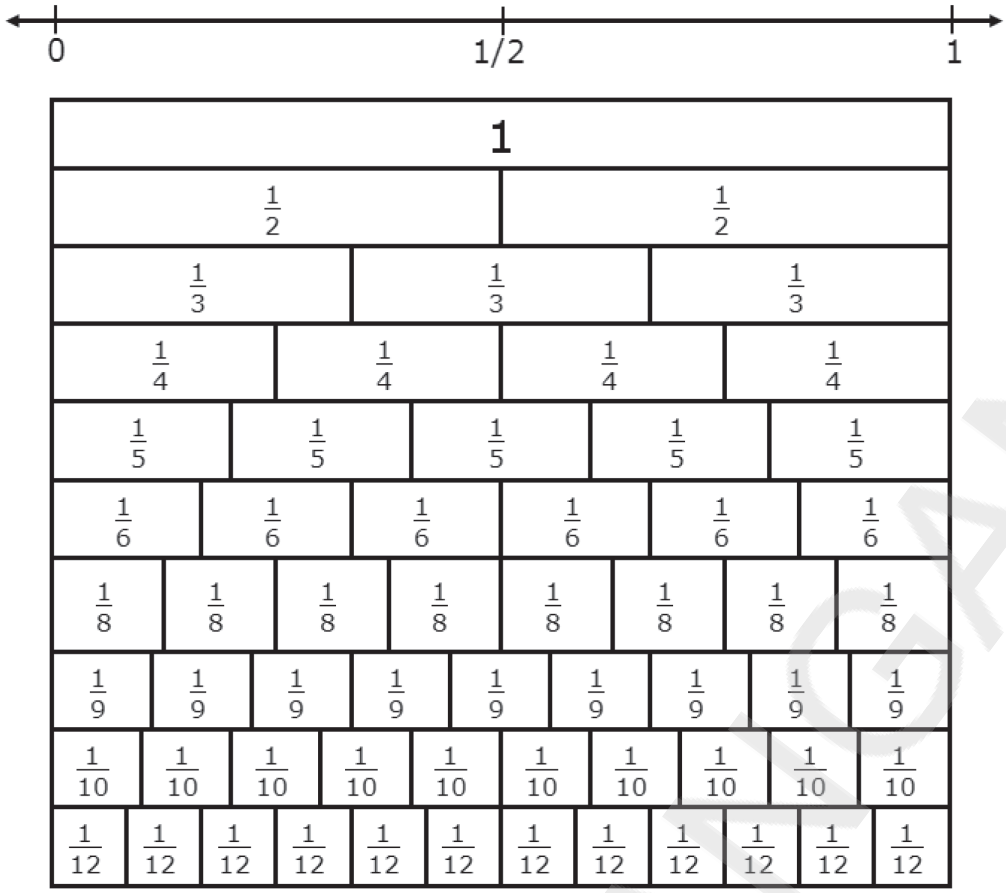
Learning outcome: Identifying equal fractions

Addition and subtraction of unit fractions

Materials required: Plywood or cardboard, Chart paper, string, and bob

The concept of fractions of a whole is introduced in primary school. Students find it difficult to master and often even understand the concept of a fraction and the meaning of the numerator and denominator. A fraction chart is a very useful teaching aid which can be used for this purpose.

SCERT TELANGANA



A fraction chart is made from a piece of plywood or thick cardboard which is large enough to be put up on the wall. Narrow strips of chart paper of equal length are pasted on the board at equal distances. Let the first strip represent 1. Divide the next strip into two equal halves and mark the fractions 1/2 and 2/ 2 . Divide the next strip into three equal parts and mark the fractions 1/3 ,2/3 and 3/3 . Continue in this way till all the strips are divided to obtain smaller and smaller fractions.One can make a chart till the fractions 1 /20 , 2/ 20 . . . if space is available. Now suspend two long strings from the top of the board with bobs attached at the end. The strings remains vertical like a plumb line.

The fraction chart can be used for showing the part whole relationship: how many one thirds make up one? Another important use of the chart is to show equivalent fractions. Drop the plumb line over a fraction, and if the chart is aligned vertically all the fractions which coincide with the plumb line are equivalent fractions. The students also learn that any fraction of the form n/n is equal to 1. It is also possible to do some Simple addition and subtraction of fractions with the chart. If two fractions are to be added find their equivalent fractions on the same line of the chart by dropping the plumb line. Now it is possible to add the fractions easily by adding the numerators.

SCERT TELANGANA

ACTIVITY-2

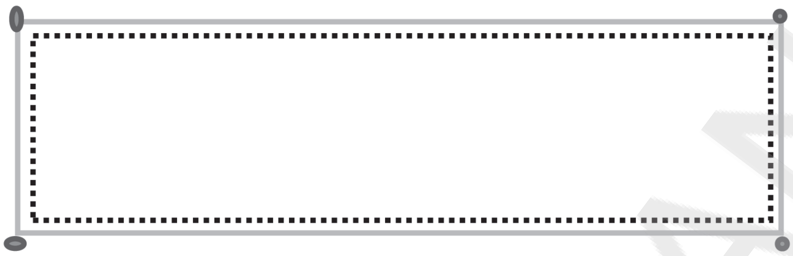
Fraction Operation board

Learning objectives:

Identify the concept of addition and subtraction of fractions.

Materials

Form board/ Hard board cut in to rectangle shape and put hole in border of all sides as shown in figure, rubber band sticks, Beeds.



Procedure

1. Using the above board child can identify the concept of addition and subtraction of fraction.
   Example: $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}$
   Divide the board vertically or horizontally 5 parts using rubber band and stick fixing in the hole as shown in the figure below. (Denominator of first fraction)

SCERT TELANGANA

Also divide the board 3 parts (Denominator of second fraction) to the other direction.

* *	* *	*	*	*
*	*			
*	*			

2. Put the beeds in the columns as shown in figure above, First put 6 beeds to 6 columns so that it represents $\frac{2}{5}$ part of the board. Then put 5 beeds to 5 columns so that it represents $\frac{1}{3}$ part of board.
3. Count the number of beeds in the board.
   6+5=11 beeds, Total number of column is 15 that is $\frac{2}{5}+\frac{1}{3}=\frac{11}{15}$
4. Repeat the activity by changing the fractions and generalize the concept.
5. How is this used in subtraction?
6. Suppose $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}$
   Number of beeds which represents $\frac{2}{5}$ is 6, also the number of beeds representing $\frac{1}{3}$ is 5. So by taking 5 from 6 the remainder beed is 1.
   i.e 1 out of 15
   There fore $\frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{1}{15}$.
7. Repeat the activity by changing the fractions and generalize the concept.
8. Can this be possible for improper fraction? If so how can we arrange the columns?

SCERT TELANGANA

ACTIVITY- 3

Area of different Polygons

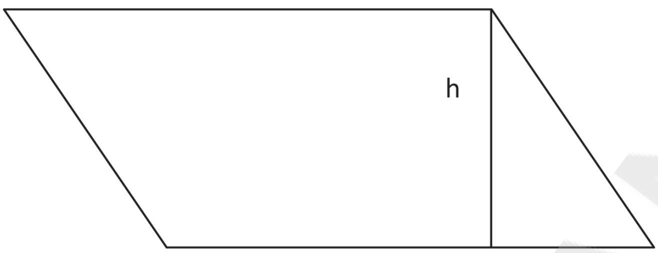
Learning outcome : To find the area of different Triangle, parallelogram, trapezium and quadrilateral by converting them in to rectangles.

Materials required : foam board, cutting knife, glue cello tape, Metal scale etc.

Procedure

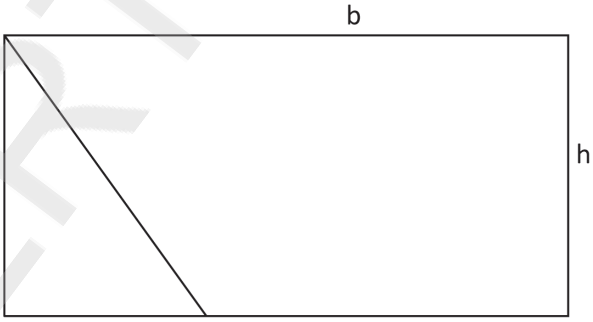
Finding the area of Parallelogram.

From foam board cut a parallelogram as shown in figure.



In the figure the base of parallelogram is 'b' and height is 'h' Using knife cut the parallelogram through its height then we will get the following figures.

Now we can place the triangle to th left side we will get the folowing figure



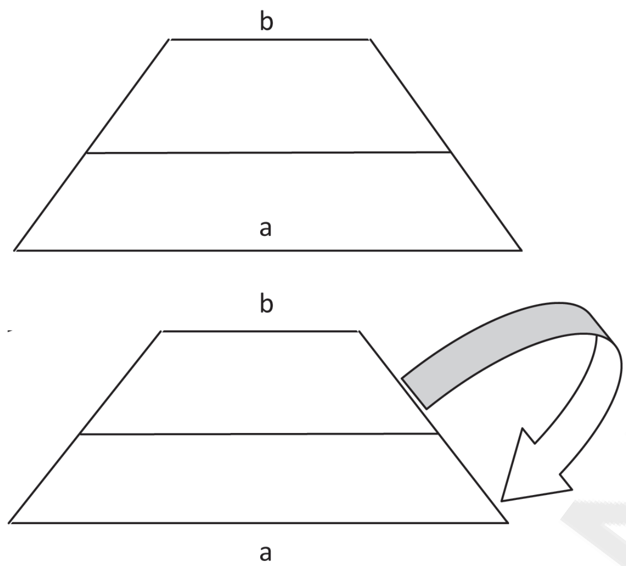
The area is b x h.

SCERT TELANGANA

Case 2

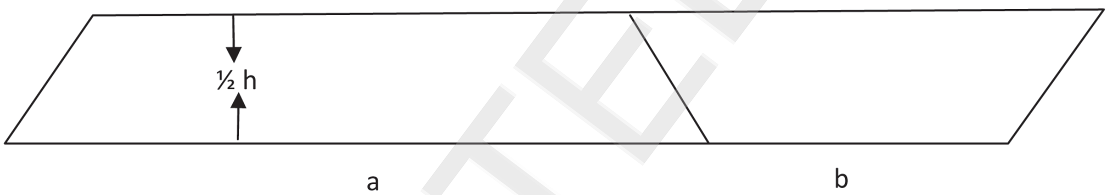
How to find area of a Trapezium

Cut down a trapezium from the foam board sheet. Cut the trapezium through the midpoint of its height. Place it adjacent to the other piece as shown in figure



you will get a parallelogram like the figure .now what is the area of this parallelogram

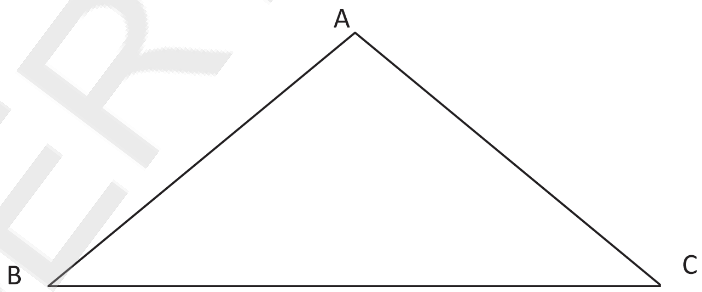
The length of the parallelogram is a+b and height is h



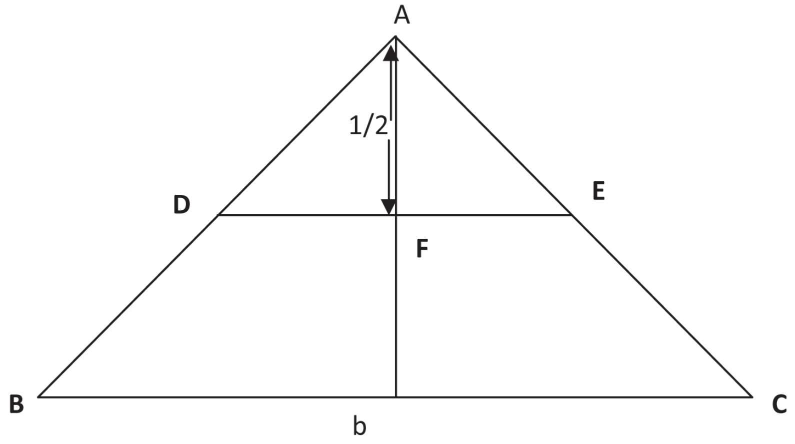
Case 3

Area of Triangle

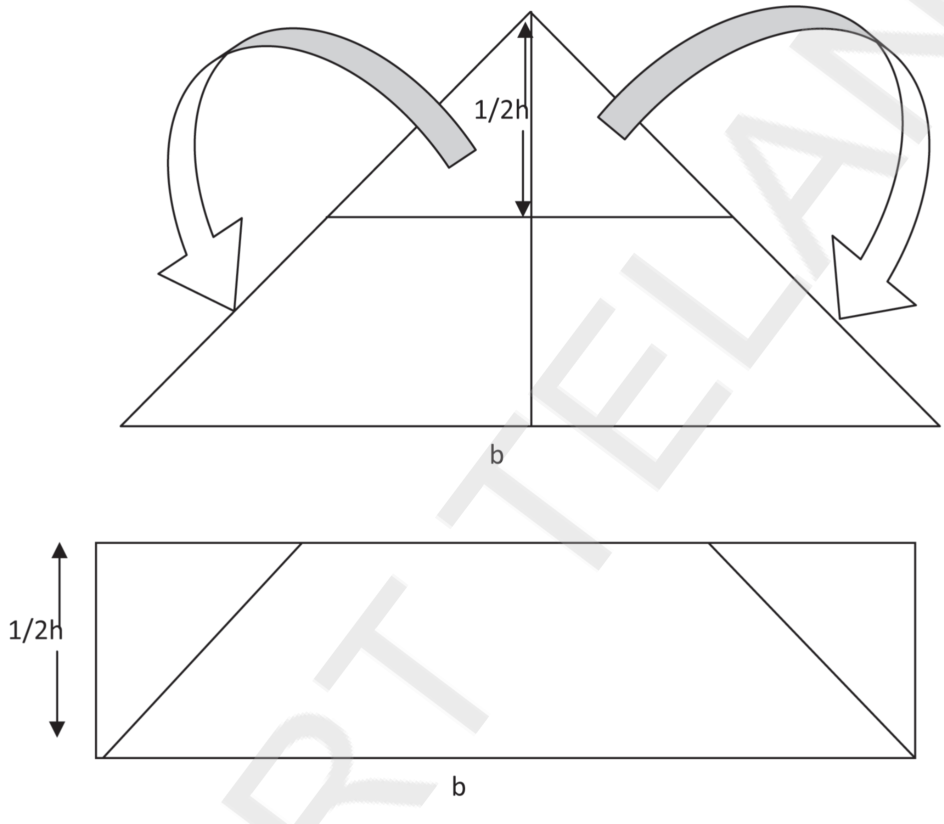
Cut a triangle from the foam board as shown below



SCERT TELANGANA



D and E are the midpoint of the sides AB and AC of the triangle through DE to get the triangle ADE. Again cut Triangle ADE through AF to get Triangles ADF and AFE fix these Triangle a cello tap so that it can move the point E.



Reflective Question

In the same fashion make a device to find area of a quadrilateral

ACTIVITY-4

Pythagoras Theorem

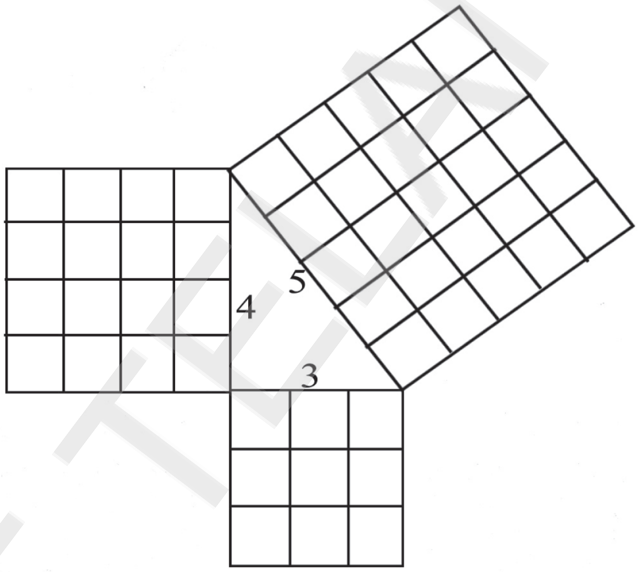
Learning Objectives: Explore different proofs of Pythagoras theorem

Materials: 3 different squares made from foam board, permanent marker

Procedure:

Activity-1:

- Arrange the unit squares on the base and altitude of the right angle to hypotenuse as shown in the figure.

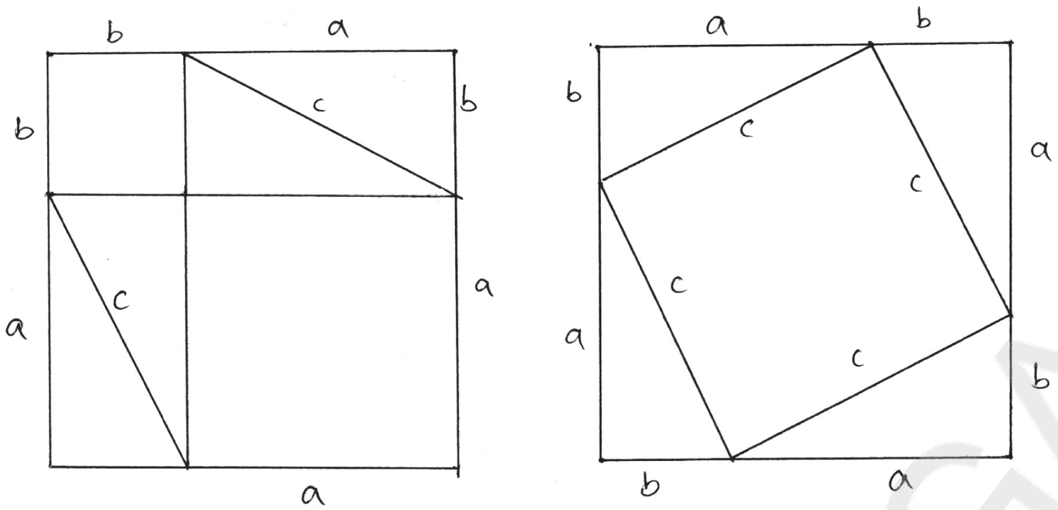


- Can you identify the relation between the unit squares on each sides of the right angled triangle?
- Instead of squares can you verify the theorem with circle and other shapes?

Another proof:

SCERT TELANGANA

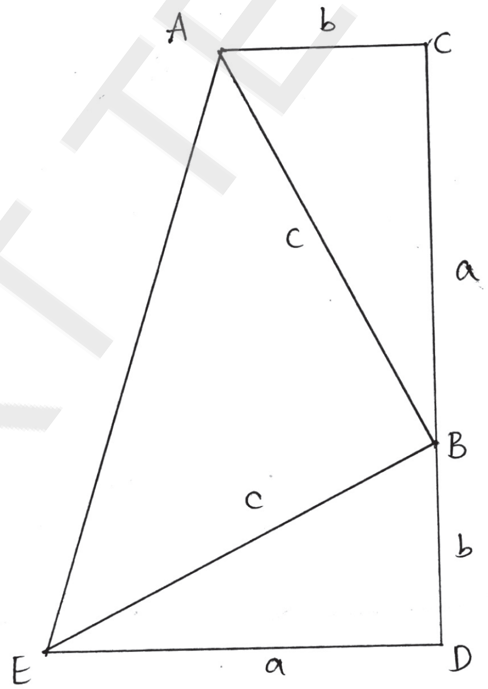
Material: Cardboard sheet/foam board sheet. Arranged as shown in figure below.



- The above two squares have the same area.
- The one on the left is composed of four congruent right triangles and two squares, the total area of which is equal to $4(ab/2) + c^2$
- After establishing that the quadrilateral inside the square at the right is also a square with side length c, we can conclude that $a^2 + b^2 = c^2$.

Proof-2:

Material: Cardboard/foam board arranged as shown in figure below.



SCERT TELANGANA

Select D on BC so that BD = AC CBD is straight angle. Consider DE perpendicular to CBD so that DE = BC. We can show that quadrilateral ACDE is a trapezoid. Also area of triangle ABC = Area of the triangle BED and AB = BE.

Area of trapezium ACDE = 1/2 CD (AC + DE)

$= 1/2\ (a + b)\ .\ (a + b)$

$= 1/2\ (a + b)^2$

Area of triangle ABE = 1/2 .AB . BE = $1/2\ c^2$

Also,

Area of triangle ABC = 1/2 .AC . BC = 1/2 ab.

However,

Area of trapezoid ACDE = Area of triangle ABE + Area of triangle ABC.

Substituting we get $a^2 + b^2 = c^2$.

SCERT TELANGANA

ACTIVITY- 5
Algebra tile

Outcome:

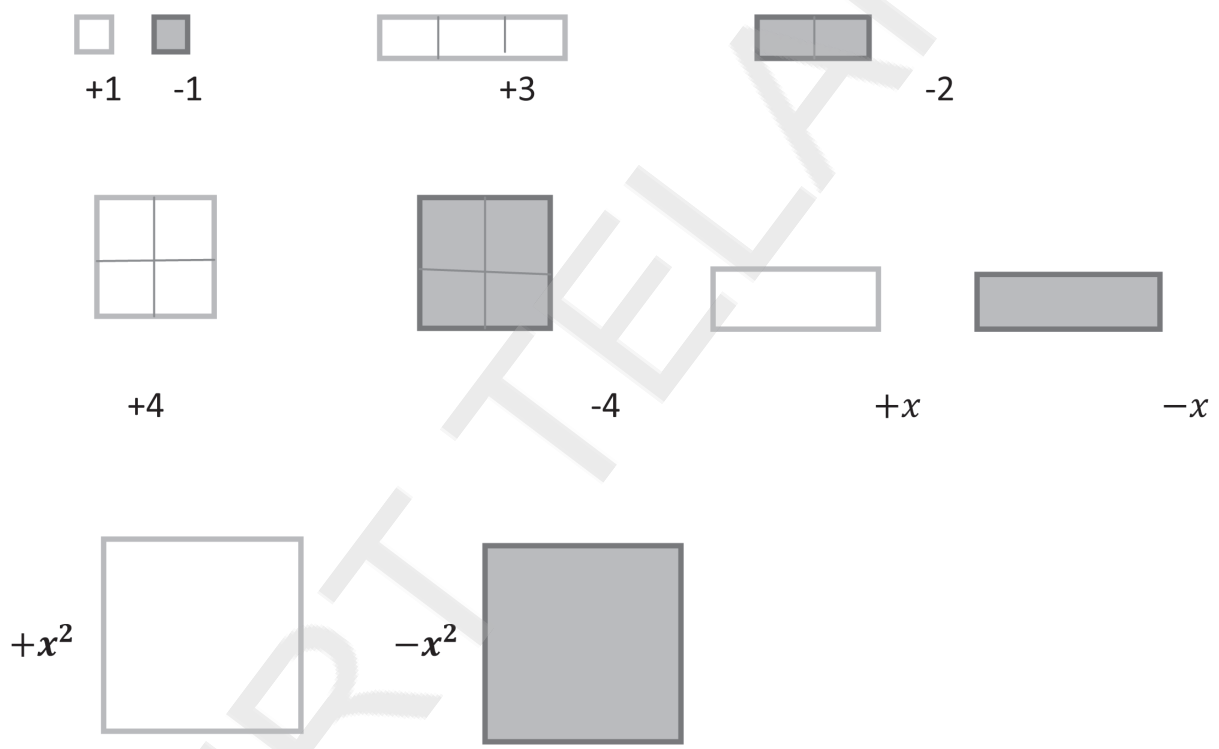
To examine the addition, multiplication and factorization of polynomials geometrically.

Materials:

Algebra tiles (synthetic rubber, plywood etc.)

Procedure

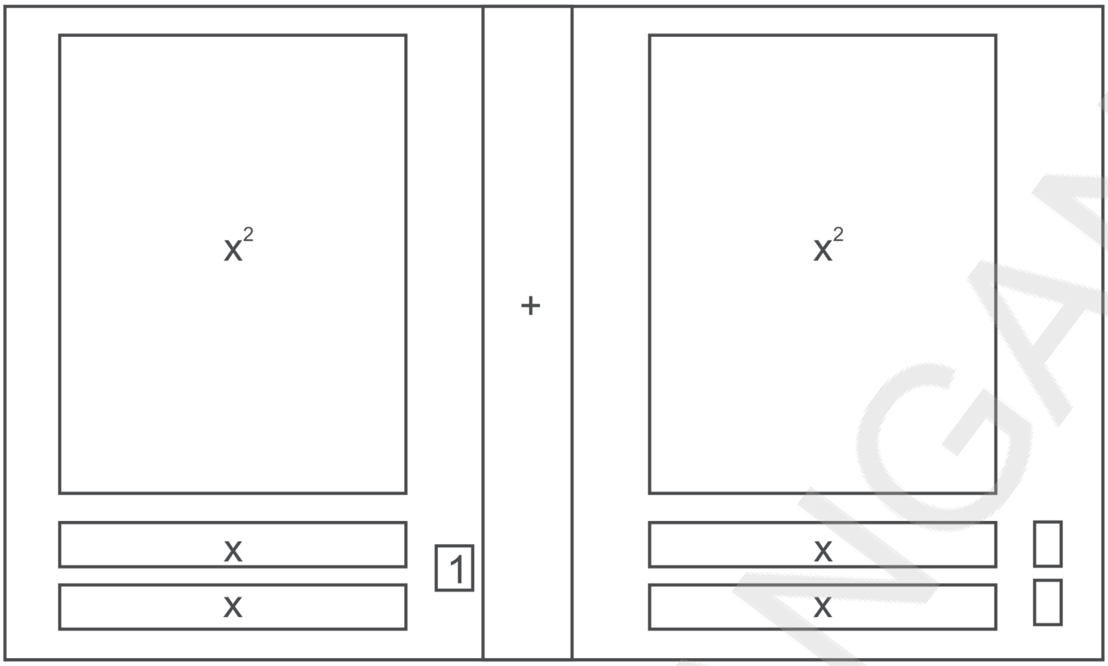
The use of algebra tiles has enhanced the teaching of abstract concepts and has helped to make working with polynomials more comfort. Each student should have 10 of each type of tile. Hence the non-shaded tiles represent positive numbers and the shaded tiles represent negative numbers.

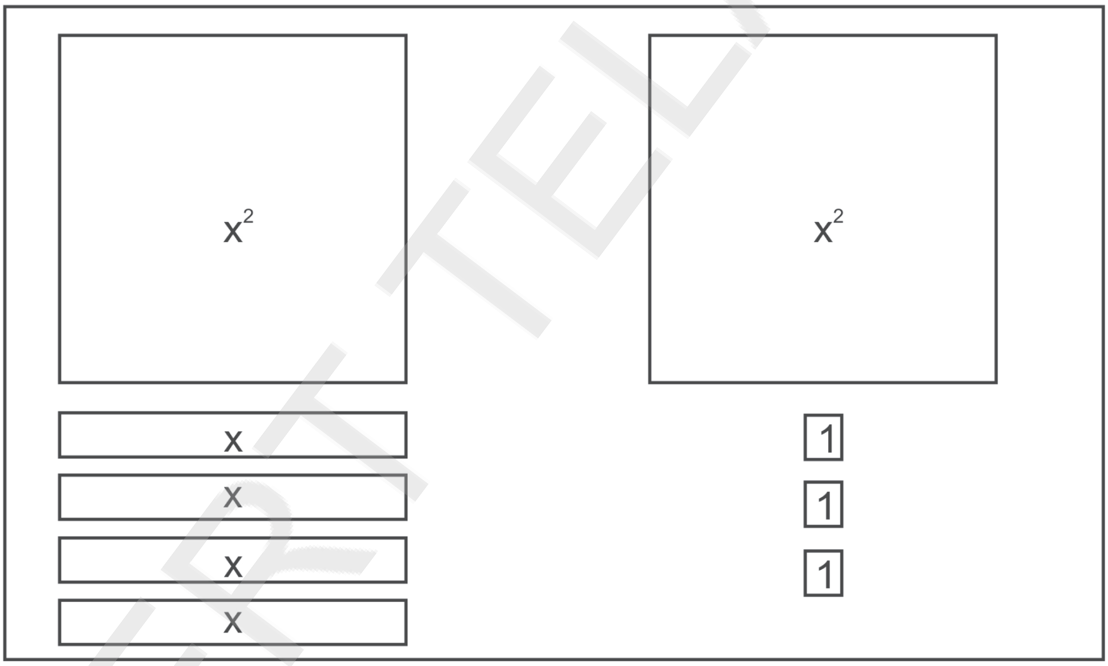


SCERT TELANGANA

1. How to add $x^2 + 2x + 1$ and $x^2 + x + 2$

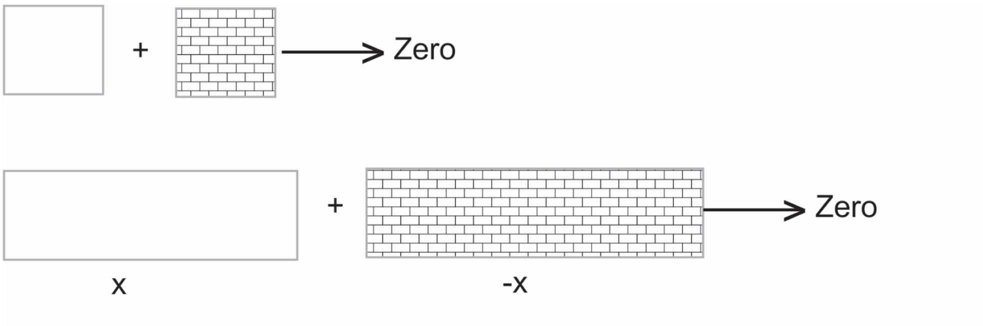
Visual Procedure: Addition is also viewed as combining or putting together question box.



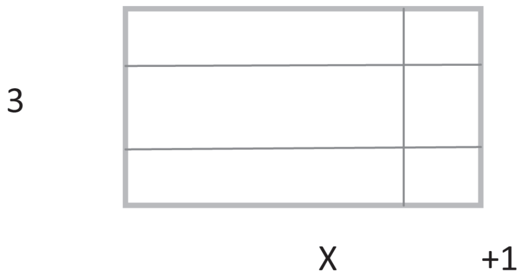


When +1 and -1 are put together, they eliminate each other and add up to zero. Similarly +x and –x also form zero pair.

SCERT TELANGANA

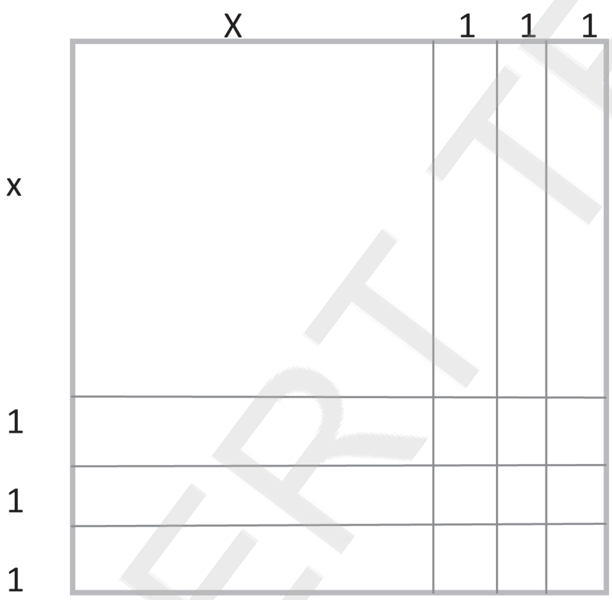


2. **How to multiply $x + 1$ by 3 Using algebra tiles?**
   A rectangle is to be created with area $(x + 1)3$ it should have length $(x + 1)$ and width 3. Here students build such a rectangle with their tiles as follows.



Consider the product $(x + 3)^2$

Here we have to construct a square with side $(x + 3)$

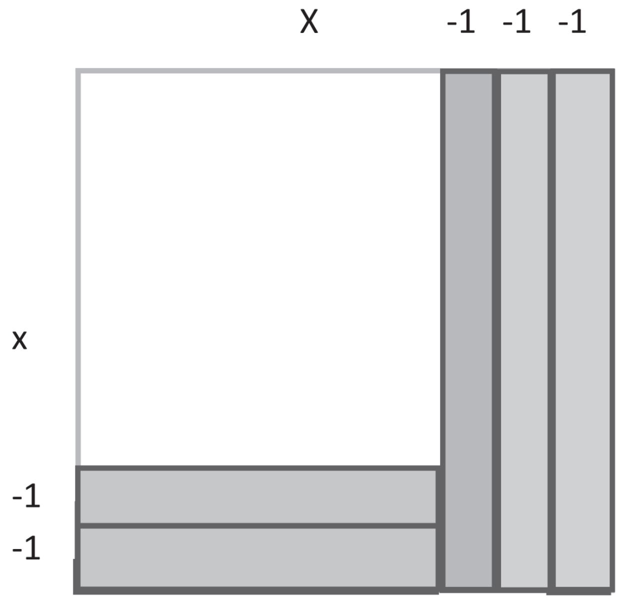


By by counting in the resulting square gives one x^2 tile, six x tiles and nine unit tiles for a total area $x^2 + 6x + 9$

SCERT TELANGANA

3. For multiplying $(x-3)(x-2)$

In this product students must have a special care to use convert sign. Here $(-1)\times(-1)$ gives an answer of $+1$ which means six unit squares on the bottom must not be shaded.

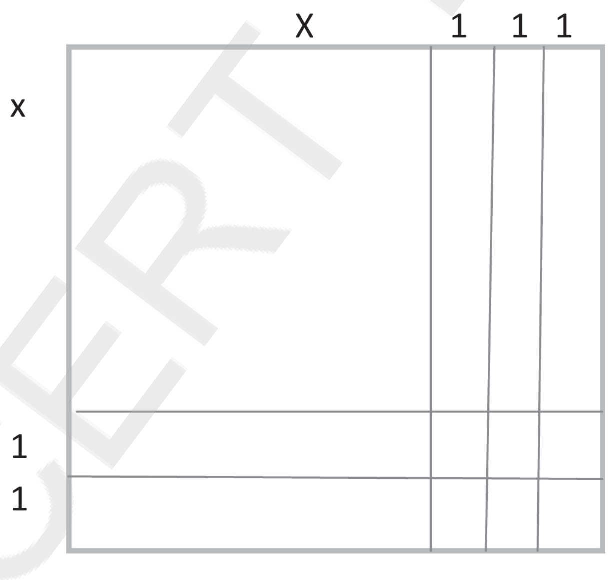


Here the product is easy to read as x^2-5x+6

4. Factorizing polynomials

What two binomials have the product x^2+5x+6.

Here we need to construct a rectangle with area x^2+5x+6. Students should take one x^2 tile, five x tiles and six unit tiles.

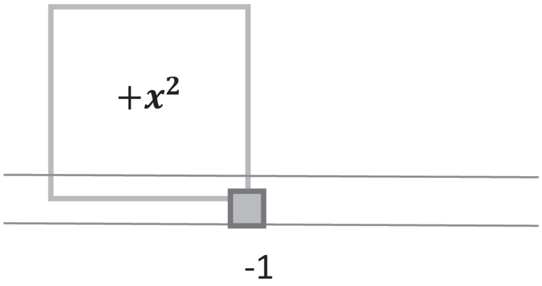


SCERT TELANGANA

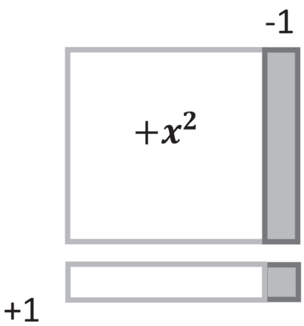
Students should realize that they must arrange six unit tiles in to a small rectangle in the bottom.

5. How can we factorize $x^2 - 1$.

Students should begin with two tiles as follows:



By completing a square using one positive x tile and one negative x tile we are virtually adding zero. Thus the factors of $x^2 - 1$ are $(x+1)(x-1)$



Reflective Questions

- Multiply $(x+4)(x-5)$using algebra tiles.
- Find the factors of $x^2 - x - 6$ using algebra tiles.
- Explain how division of polynomials can be explained using algebra tiles?
- Factorize $2x^2 - 7x + 6$

For further practice to find the product of 2.5 and 3.5, draw the line joining the points (2.5, 6.25) and (-3.5, 12.25) to line segment meet at 8.75 which is the product.

Division is an inverse operation of multiplication, we can see that could have been used to find the quotient of 8.75÷3.5.

Students can do more practice to find the product and division of numbers.

SCERT TELANGANA

GeoGebra

GeoGebra is dynamic mathematics open source (free) software for learning and teaching mathematics in schools. It was developed by Markus Hohenwarter and an international team of programmers. RIE Mysore has organised various programmes to train teachers of southern states in using GeoGebra in secondary and senior secondary level. GeoGebra combines geometry, algebra, statistics and calculus. You can download it for

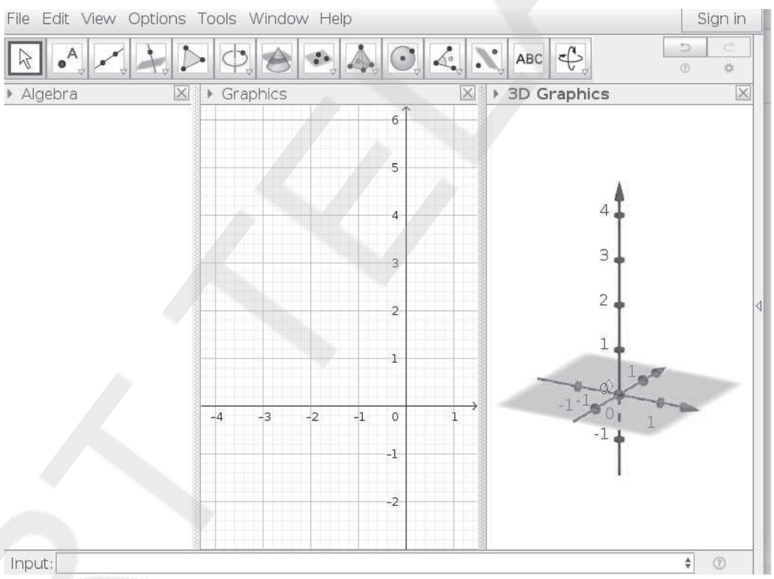
free from http://www.geogebra.org.

(Part of this article an screen shots are taken from GeoGebra in 10 lessons by GerritStols, University of Pretoria South Africa gerrit.stols@up.ac.za)

1. Intefaces of GeoGebra

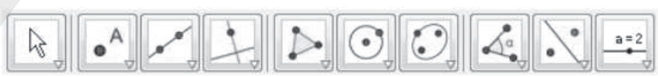
The GeoGebra basic interface is divided into three sections:

Input bar, Algebra View, and Graphic View. In grphics view one can have two dimensional as well as three dimensional view



Brief description of tools :

Construction tools:

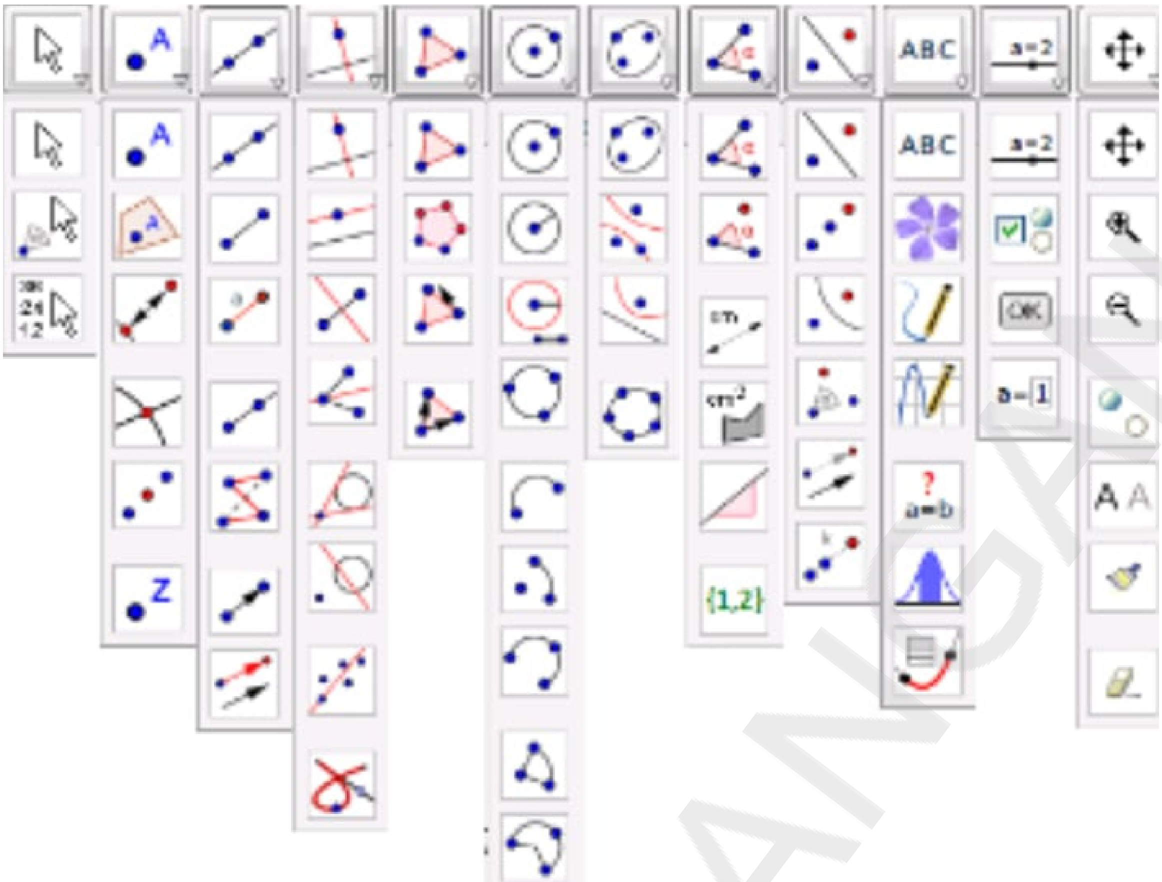


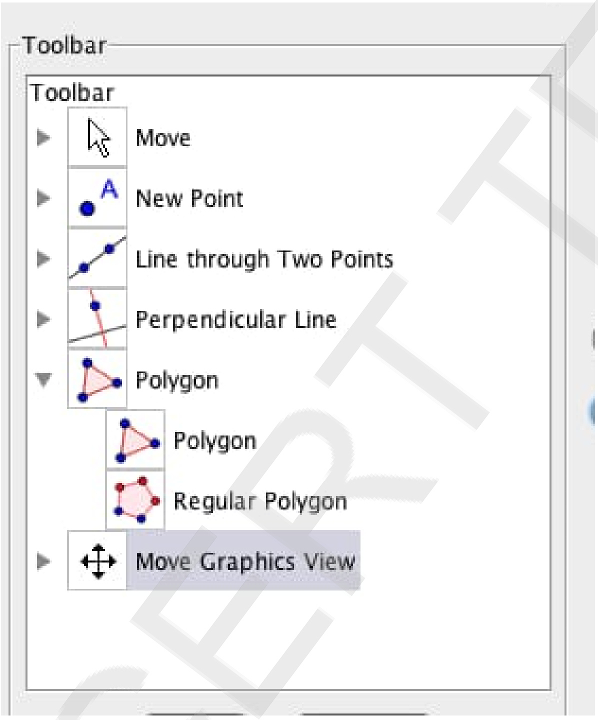
Menu:

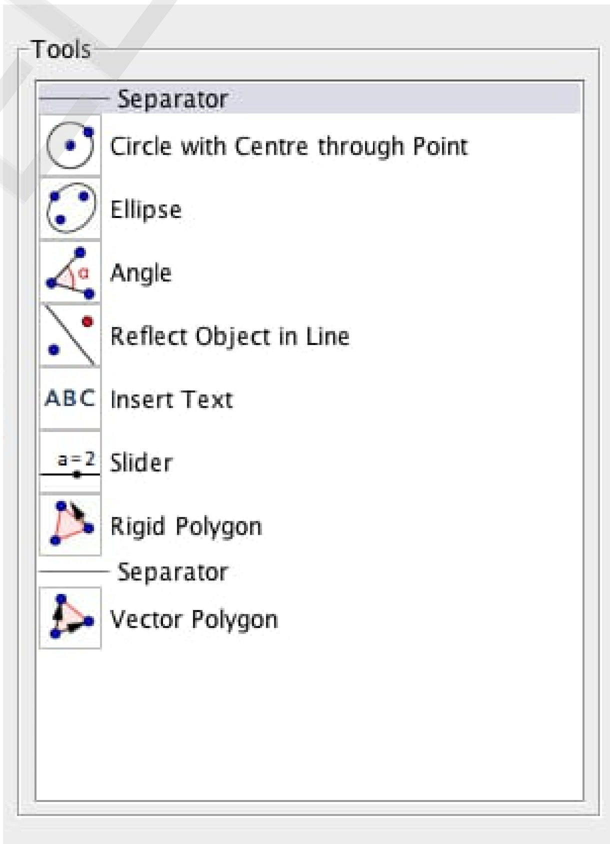
File Edit View Options Tools Window Help

SCERT TELANGANA

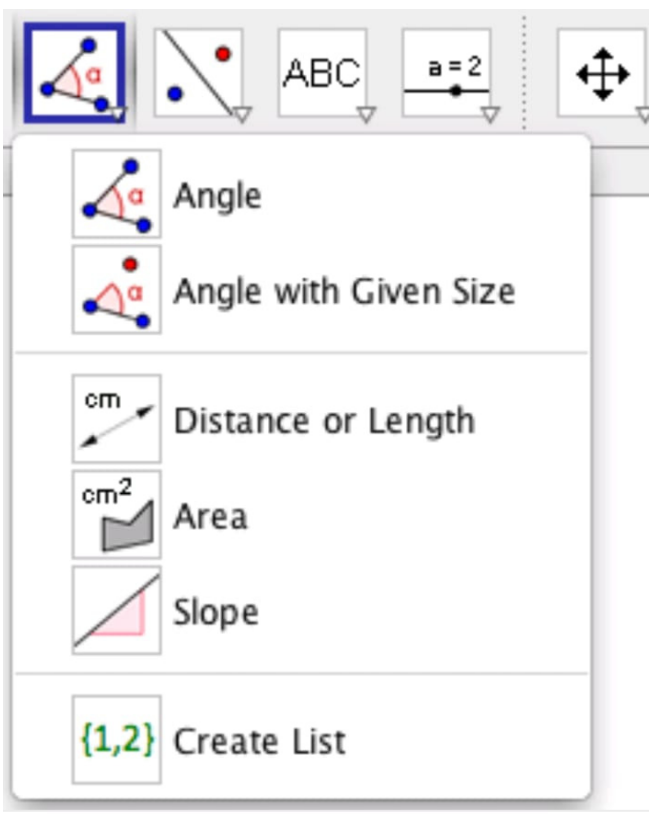
Construction Tools

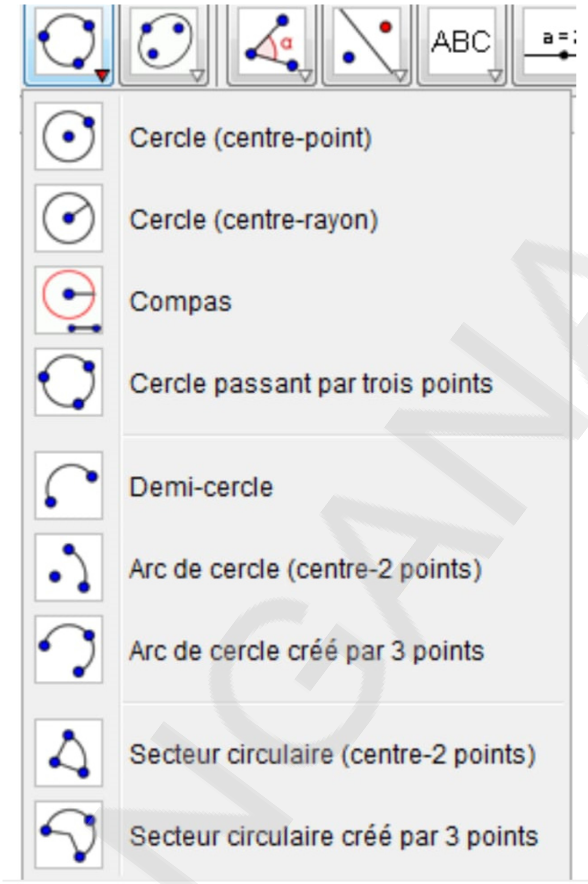


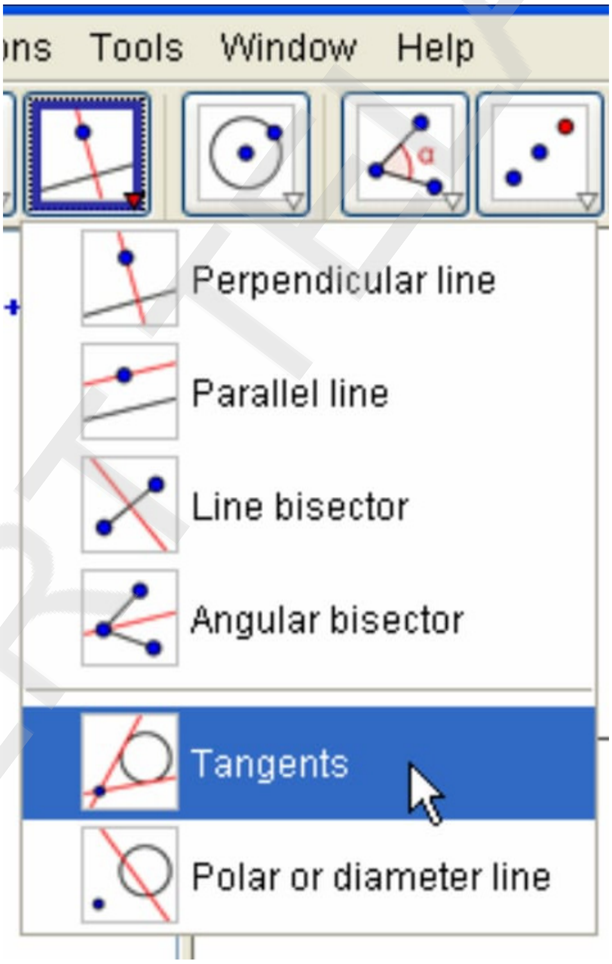




SCERT TELANGANA







SCERT TELANGANA

Now we will list some of the activities :

1. Angle sum property of a triangle

Here we will construct a GeoGebra applet to verify that the sum of the angles of a triangle is 180^o

1. Draw a triangle using ***polygon tool.***
2. Select the ***Angle tool***
3. Select the three vertices counter clockwise to measure the angle.
4. Repeat the process to measure the three angles as α,β,γ
5. In input bar type **s= α+β+γ**
6. Select Text tool
7. Type Angle sum =
   - Choose from the object drop down menu α,β,γ and connect them with + symbol
   - Type =
   - Choose s from the object drop down menu
   - enter
8. Drag vertices of the triangle and observe.

2. Thales Theorem

Here we will construct a GeoGebra applet to verify that the angle in a semicircle is 90^o

1. Draw a semicircle using the tool semicircle through two points A,B .
2. Draw diameter using segment tool.
3. Mark a point C on semicircle.
4. Use move tool to check the construction.
5. Join AC and AB.
6. Construct angle at C.
7. Move C and observe.

SCERT TELANGANA

3. Construction of triangle with given sides

For construction of triangle we can use polygon tool. But then we cannot construct a triangle with given sides. Here we use a method from high school geometry to construct a triangle with sides 8,6 and 4.

1. Choose **line segment with given size** tool.
2. Select any point on the plane and enter length as 8. Second vertex be B.
3. Select **circle with radius** tool.
4. Select center as A radius as 6
5. Select center as B radius as 4
6. Select **point of intersection** tool
7. Click on circles one by one.
8. Join sides to complete triangle.

4. Construction of triangle with given perimeter and base.

This is similar to the previous construction. Let us construct a triangle ABC with AB=8 unit and perimeter 20 units.

1. Choose **line segment with given size** tool.
2. Select any point on the plane and enter length as 8. Second vertex be B.
3. Choose slider tool
4. Construct slider with range 0 to 12
5. Select **circle with radius** tool.
6. Select center as A radius as a (slider name)
7. Select center as B radius as 12-a
8. Select **point of intersection** tool
9. Complete the construction as above.

5. Orthocenter

There are different points related with a triangle like centroid, circumcenter, orthocenter, incenter etc. Here we construct orthocenter of a triangle which is the poit of intersection of the medians of a tringle.

1. Construct triangle ABC with polygon tool.
2. Select perpendicular line tool

SCERT TELANGANA

3. Choose vertex A of the triangle.
4. Choose the opposite side BC of tringle.
5. Select point of intersection D of perpendicular line l with BC.
6. Hide line l.
7. Join AD with segment tool.
8. Repeat steps 2 to 7 with other vertices and opposite sides.
9. Find point of intersections of altitudes.

*****

Material required for Lab Activities

-	Cardboard	(10)
-	Charts	(10)
-	Colour Papers	(10)
-	Foam board	(4)
-	Rubber bands (big/large size)	Packets 2
-	Colour drawing board pin boxes	2
-	Knife (for cutting)	2
-	Scissors (for cutting)	2
-	Cello tape	2
-	Fevicol	1/or 2 small bottle
-	Metal scales	2
-	Permanent markers	4 (different colours)

SCERT TELANGANA

7. Geometric Reasoning

- CLix, TISS వారి సౌజన్యంతో

Introduction:

High school curriculum consists of Euclidean geometry and proofs. Many students find it boring to learn. At secondary level we expect students to do formal **deductive reasoning**. But often students do not understand basic concepts and ideas as they don't have enough experience with geometric reasoning activities.

The five levels of geometric thinking are

- ☞ Visualization
- ☞ Analysis
- ☞ Abstraction
- ☞ Deduction
- ☞ Rigour

1. Understanding the concept of shape (Visualization):

- A shape is determined by its properties.
- Transformations like rotation, translation, or reflection do not change the properties and hence does not change the shape.
- A deformation that changes the properties of the shape changes the shape as well.

2. Analyzing and describing shapes (Analysis):

- Shapes have many attributes and properties - for example: straight sides, curved sides, equal sides, right angles, obtuse angles, acute angles, reflex angles, parallel sides etc.
- Knowing and understanding these properties help us describe, classify and reason about shapes.
- It is important understand shape properties like number of sides, types of angles present etc. and use them as accurately as possible while describing, classifying or reasoning about shapes.

3. Defining and classifying shapes (Abstraction):

- A set of shapes could have one or more common properties, and sometimes no common properties.
- A class of shapes is defined by the common properties shared by each member of the class. For example: All closed figures with exactly three straight sides form a class of shapes - we call them 'triangles'.

4. Property-based inferential reasoning (Deduction):

This is a critical stage, where students step into the realm of inferential if-then reasoning, with a lot of conjecture making, testing and informal reasoning activities.

5. Understanding the need for proof (Rigour):

In this final theme, students come up with hypotheses through inductive reasoning, verify them, but also learn why verifications do not count as 'proofs', and why deductive proofs are sometimes necessary.

SCERT TELANGANA

Analyzing student thinking

Q) Why don't students try to prove statements on their own?

A) They do not feel the need for proof

B) They do not know how to develop the proof

C) They do not get the opportunity to develop proofs on their own

D) All of the above

Q) Given below are the few activities that students engage while learning geometry. Choose the appropriate points from them (more than one) and explain why you feel they will help in learning proofs.

A) Memorizing the definitions of shapes

B) Giving example for each of the geometric shape

C) Verifying and writing proof after teacher solves one type of proof on the board

D) Giving non-examples for the geometric shapes

Task 1:

Think about connections between geometry and other topics in mathematics and give at least two examples of these connections? Do you think knowing about these connections will motivate students to learn geometry? Why or why not?

Task 2:

What are the misconceptions that students have about high school geometry? (More than one correct answer is possible in this question.)

- Secondary class geometry focuses on the way to reach the answer rather than the correctness of the answer.
- Calculation is helpful in verifying a statement for proofs
- Examples work as proofs
- Proof is to be developed based on the given information and properties of geometric objects.
- Proof requires arguments instead of calculations
- There is only one way to prove a statement

Task 3:

Write the mistake done by most of the students of your class while teaching mathematics. In your opinion, what is the reason for doing that mistake? Write the strategy you follow to overcome it and discuss with your colleagues

How to make students move progressively to higher levels of Geometric thinking?

The topic Quadrilaterals from class 9 is taken and few activities are suggested for this. In this, the pedagogical strategy used is to engage students in reasoning and to support learning for students by different hands - on activities.

SCERT TELANGANA

Answer the following questions:

Q) "Suppose you have a quadrilateral with both pairs of opposite sides equal, then both pairs of Opposite sides will be parallel too."

A) True B) False C) don't know

Q) What would you do to develop the proof of the statement about the quadrilateral above?

A) Write a two column proof B) find a counter example

C) Draw a diagram D) use the example of the rectangle

Q) Given below are the activities that one may engage students while teaching the chapter on quadrilaterals in ninth class. Select the activities that you think are important to develop understanding of quadrilaterals and arrange them in a sequence in which they should be done.

1) Memorizing definitions of different quadrilaterals
2) Constructing shapes based on the given size of sides and angles
3) Identifying the name of the given shape as square/ rectangle/ parallelogram
4) Giving example for each of the geometric shape
5) Giving non-examples for the geometric shapes
6) To find out the similarities and differences between shapes
7) Whinding out the common properties of a class of shapes
8) To give conjecture about the properties of all possible shapes of a particular quadrilateral
9) Constructing all possible shapes of quadrilaterals based on their properties

According to you, to develop the understanding and skill related to proofs in quadrilaterals among learners, what activities among the ones listed above will help?

Q) What do you think is the biggest difficulty faced by students while studying the chapter on quadrilaterals in ninth grade?

A) Not being able to remember the definitions

B) Not being able to recognize the properties of any

C) Not being able to identify the similarities and differences of shapes

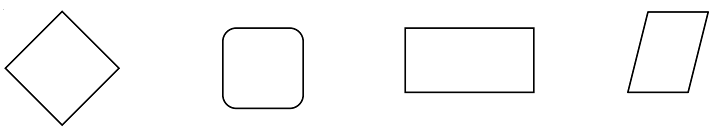
D) Incorrect categorization of shapes

E) Not being able to recognize that one shape can be a part of more than one class

What is a shape?

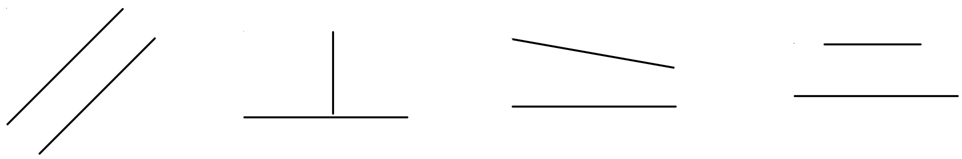
Answer the following questions

1. Which of the following is a square?



SCERT TELANGANA

2. In which of these figures are the lines parallel?



P Q R S

A) only P B) only P and S C) only Q D) only P, R and S

Activity 1

Make a triangle, a square and pentagon using the matchsticks and valve tubes.

Analyzing shapes - Sorting shapes

Activity 1: Write the similarities and differences between

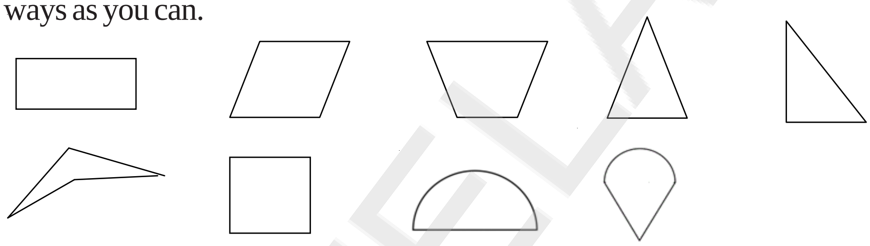
a) A rectangle and a parallelogram

b) A square and a triangle

c) A kite and a rectangle

Activity 2

Look at the collection of shapes below. Based on their properties, sort them into two groups in as many different ways as you can.



Activity 3

Draw 3 different shapes that have the following property: **"All sides equal"**

All sides equal' is one way in which the shapes that you got are similar. What is one difference between them?

Activity 4

- Draw a shape that has both these properties:
  "Exactly 5 sides and exactly 2 right angles"
  Did you and your friend get the same shape? Do both the shapes have all the given properties?
- Draw a shape that has all these properties:
  "Exactly 4 sides, exactly 2 right angles and exactly 1 pair of sides parallel "
  Did you and your friend get the same shape? Why or why not? Do both the shapes have all the given properties?

*****

SCERT TELANGANA

8. Pedagogic pillars of Mathematics

- CLix, TISS వారి సౌజన్యంతో

What are Pedagogic pillars and how do they help in teaching?

"**Pedagogy**" for teaching **mathematics** is "How we teach mathematics and the methods and techniques we adopt to discuss mathematics in the class?" The word "pedagogue" means "leading children". So teacher decides "**where and how to lead children's learning by selecting the methods and practices of teaching?"**

Diversity in classroom is best addressed when a teacher has knowledge of large variety of practices and resources to support learning of diverse students. As a teacher, we need to continuously reflect and innovate the pedagogy used in classrooms. We need to think about the elements of instruction that are important to support and motivate **deep learning** of mathematics among students.

What are the main parts about teaching that you focus on while **planning for teaching**?

- Do you think about the **types of questions** to ask students?
- Do you think about what **kinds of activities** to use to engage students actively in learning?
- Do you think about how you would **respond to students answers** both correct and wrong ones?
- Do you think about **how to assess** students' understanding?

These are some of the questions that determine the pedagogical approach taken by the teacher.

One very common pedagogical idea that almost all teachers use is to move from concrete to abstract or simple to complex mathematics. In moving from concrete to abstract concepts, teachers may engage students in an activity that may involve use of manipulative/ teaching learning material and then may be use pictures or figures and finally using mathematical symbols to discuss the mathematics. However, at secondary level teachers may assess students' previous knowledge and building on their understanding of simple concepts like operations with numbers to complex concepts like algebra.

Teaching may involve use of several such pedagogical ideas and it is important for teachers to keep reflecting and trying out new ideas to see how they contribute towards student learning. We refer to these ideas as the **'pedagogic pillars'** which are for supporting development of mathematical understanding.

Three pedagogical pillars are

(1) Peer Discussion (includes teacher dialogue)

(2) Safe Space to Learn from Mistakes

(3) Authenticity/Relevance

1. Peer discussion (or) collaboration:

Effective collaboration—a dialogue in which participants exchange ideas, question each other, explain their rationale, or jointly come to a conclusion—can be a powerful tool to increase **deep learning of a concept**. The back-and-forth exchanges between participants during collaboration help them to identify gaps in their understanding, improve clarity of explanations, and develop multiple ways to convey information, or integrate another person's ideas into their thinking to co-construct knowledge or understanding of

SCERT TELANGANA

a concept. Teachers themselves need to learn to collaborate with other teachers in order to understand and appreciate how talking and working with other teachers help in supporting deeper learning.

Peers/students are prompted to discuss with one another

What might this look like?

- Think-pair-share
- Students in group discussion listening to and responding to one another
- Peer reflection on activity (verbal) – Discussing different viewpoints
- Critiquing others' work (respectfully)
- could include student-teacher dialogue

Why to encourage collaboration?

- Active and deep learning
- Teachers as 'facilitators of learning'
- Team building skills
- taking multiple perspectives
- Monitoring one's progress and understanding
- Classroom as community

2. Risk-taking and learning from mistakes:

In order to increase students' capacity to independently pursue their own learning, it is essential that they consider **failure or making errors as a natural part of the learning process.** Teachers have an important role to play in creating a classroom culture in which risk-taking and the possibility of failure are acceptable and even encouraged as a means to achieve better learning. Teachers have to develop strategies to develop a classroom culture that allows and encourages students to develop and try out new ideas, evaluate the results, and integrate what they learn into future attempts. Teachers themselves need to be open to try out new ideas in the classroom and learn from their mistakes in order to be able to support this culture in their classroom

Why students need classrooms to be safe space to learn from mistakes?

- Struggle = better learning
- Mistakes are natural part of learning
- Avoiding mistakes = gaps in understanding
- Mistakes reflect students sense making
- Knowledge of students thinking helps to
- plan instruction
- Plan assessment
- Discuss mistakes to promote deeper learning

SCERT TELANGANA

Teacher's role:

- ❖ Discussion mistakes without negative consequences for the student
- ❖ Teacher frames/poses questions designed to bring out alternate conceptions
- ❖ Listen respectfully to all
- ❖ Do not show any signs of disapproval
- ❖ It does not work if Teacher gives away the answer

3. Relevance and authenticity of learning:

When both teachers and students understand that their learning has meaning for their lives, either immediately or in their imagined futures, their motivation to engage more deeply with the materials is increased. So the materials/ tasks used in class should present content in examples or scenarios relevant to the learners' interests and should assign tasks that engage them in exploring the content in useful ways.

Students may not always see the utility of materials to be learned, even when the materials are actually quite useful. The teacher's role in this process is to make the value of the learning explicit and clear to students by building on it and creating similar examples in additional contexts. Teachers have knowledge of the local context and of their students' interests and abilities; thus they can adapt and extend learning from the curriculum that will demonstrate value of the learning to students.

Why to use authentic tasks?

- More engagement and motivation
- Meaningful learning
- Develop real life skills

How this authenticity/ relevance might look like?

- Relevant to what students already know
- Connecting with other topics of mathematics and other disciplines
- Connecting with students' experiences
- Authentic to the processes used for doing mathematics
- Connecting learners with the larger community

It is not working if the focus is solely on disconnected bits of content and procedures, rather than the processes of mathematics..

Some questions to think about

1. How can one incorporate these pedagogical pillars in teaching of mathematics?
2. What kind of resources and support are needed to incorporate these pedagogical pillars in teaching?
3. How can these pedagogical pillars improve students' learning?

*****

SCERT TELANGANA

రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన, శిక్షణాసంస్థ, హైదరాబాదు

పాఠశాల విద్యాశాఖ, తెలంగాణ రాష్ట్రం

9. తప్పనిసరి బోధనాంశంగా తెలుగు అమలు

తెలంగాణ సుందరమైన ప్రదేశం. భౌగోళికంగా సుసంపన్నమైన ప్రాంతం. నదులు, కొండలు, అడవులు, చెరువులు, వాగులు, నల్ల, ఎర్ర రేగడి భూములు, గనులు, ఖనిజాలతో విలసిల్లుతున్న ప్రాంతం. ఉత్తరాన గోదావరీ నది, దక్షిణాన కృష్ణానది, సహజ సరిహద్దులుగా నెలకొని ఉన్న ప్రాంతం. గోదావరినానుకొని దండకారణ్యం, కృష్ణనానుకొని నల్లమల్ల అడవులు సహజ సంపద నిలయాలుగా ఉన్నవి. భౌగోళికంగా ఎన్నో అనుకూలతలు, వనరులు ఉన్న ప్రదేశం కావటంవల్ల ఇక్కడ ఎన్నో జాతుల వాళ్ళు వేల సంవత్సరాలుగా నివసిస్తున్నారు. వీరిలో గోందులు ఒకరు. తాము మూలపురుషులుగా భావించి పూజించే వారిలోని 'తెలింగం'ను తెలుగు జాతి మూలపురుషుడని ఆరుద్ర భావించాడు. స్థానికంగా ప్రాచీనకాలం నుంచి 'తలైంగ్' జాతివారు నివసించారని, 'తలైంగ్'లు నివసించినందువల్లనే 'తిలింగ, తెలుంగు' పదాలు వచ్చాయని, వారు మాట్లాడే భాష 'తెలుగు' అని, ఆ జాతి 'తెలుగు' అని ఖండవల్లి సోదరులు భావించారు. మార్కండేయ, వాయు పురాణాల్లో 'తిలింగ' ప్రస్తావన ఉన్నది. గ్రీకు శాస్త్రజ్ఞుడు 'టాలెమి' తన యాత్రా చరిత్రలో 'టిలింగాన్' పదాన్ని పేర్కొన్నాడు. ఈ 'తిలింగ' శబ్దమే 'తెలుగు' శబ్దానికి మూలం. 'తెలుంగు', 'గణం' కలిసి తెలంగాణగా మారినట్లు భావించవచ్చు. మెదక్ జిల్లాలోని తెల్లాపూర్‌లో బయటపడిన క్రీ॥శ॥1417 నాటి శాసనంలో 'తెలంగాణ' పదం ప్రయోగించబడింది. అనంతర కాలంలో, వ్యవహారాల్లో 'తెలంగాణ' పదం విస్తృత ప్రచారంలోకి వచ్చింది. ఇక్కడి ప్రజల భాష తెలుగు. తెలుగు మాట్లాడే వారుండే ప్రాంతం కాబట్టే ఇది 'తెలంగాణ' అని అంటున్నారు.

భాష కేవలం భావ వినిమయ సాధనం అనేది ప్రాథమిక భావన. భాష పరిధి చాలా విస్తృతమైంది. మన భౌతిక వాతావరణం, చరిత్ర, ఆర్థిక, రాజకీయ, సామాజిక ప్రత్యేకతలు, సంస్కృతి, సంప్రదాయాలు, వారసత్వం, ఉజ్జ్వల స్మృతులు భాషలో నిక్షిప్తమై ఉంటాయి. ఒక్క మాటలో చెప్పాలంటే ఒక జాతి ఆత్మ ఆ జాతి భాషలో ప్రతిబింబిస్తుంది.

తెలంగాణ ప్రజలు వ్యవహరించే తెలుగు విశేషమైంది. ఎన్నో ప్రత్యేకతలు కలిగి ఉన్నది. లయబద్ధంగా ఉండడంవల్ల, దృతాత్మకంగా ఉచ్చరించడంవల్ల వినసొంపుగా ఉంటుంది. జీవితానుభవాలలో వికసించిన సామెతలు, జాతీయాలు, పలుకుబడులు సహజంగానే ఇమిడి ఉండడంవల్ల అర్థవంతమై అలరిస్తున్నది. సహజత్వం, సరళత్వంతోపాటు సృజనాత్మకంగా సాగిపోతున్నది. భావాలను ప్రసన్నంగా వ్యక్తంచేసే పద్ధతివల్ల 'జాను తెనుగు' గా ప్రశంసలందుకున్నది. కమ్మని ధ్వనులకు, కమనీయ అలంకారాలకు నెలవైన భాష. జానపద గీతాలకైనా, పద్యకావ్యాలకైనా, అలవోకగా ఒదిగిపోయే అందమైన భాష. సంస్కృత, ఉర్దూ, పారశీ, అరబ్బీ, ఆంగ్ల, హిందీ పదాలను కలుపుకొని పదవిస్తృతి సాధించి విశాలతత్వంతో కొత్త సొబగులను అద్దుకొని పురోగమిస్తున్న భాష.

ఎన్నో సాహితీ ప్రక్రియలకు పురుడుపోసుకున్న ప్రాంతం తెలంగాణ. తొలికందం, ద్విపద, సీసం, శతకం, దేశీపురాణం, అచ్చతెనుగు కావ్యం, యక్షగానం, పాట-గేయం వంటి సాహితీ ప్రక్రియలు తెలంగాణ కవుల కలాల నుండి జాలువారినవే! వేల సంవత్సరాల చరిత్ర కలిగి ఉన్నది కాబట్టే 'తెలుగు'కు ప్రాచీన హోదా గూడా లభించింది. భారతదేశంలో అత్యధికులు మాట్లాడే భాషల్లో తెలుగు 4వ స్థానంలో ఉన్నది.

SCERT TELANGANA

తెలుగు ఇక్కడి వారికి మాతృభాష. ఇతరులకు తమ అవసరాలను తీర్చే ప్రాంతీయ భాష. తెలుగును అభ్యసించడం వ్యక్తిగత, సామాజిక అవసరం. ఎవరైనా తమ మాతృభాషలోనే ఆలోచిస్తారు. అతి సున్నిత భావాలనైన మాతృభాషలో వ్యక్తంచేసినంత ప్రభావవంతంగా ఇంకే భాషలోనూ చేయలేరు. ఏ మాధ్యమంలో చదువుతున్నప్పటికీ మాతృభాషలో అర్థం చేసుకొని, అవసరమైన సందర్భాలలో ఇతర భాషలోకి అనువదించుకొని వ్యక్తం చేస్తారు. తెలుగు మాతృభాషకానివారు తెలంగాణ రాష్ట్రంలో తెలుగు నేర్చుకోవడంవల్ల తమ దైనందిన వ్యవహారాలను సమర్థంగా నిర్వహించుకోగలుగుతారు. ఇక్కడి ప్రజలతో మమేకం కావడంలో, మానవ సంబంధాలు ఏర్పరచుకోవడంలో, తెలంగాణ ప్రజల సంస్కృతి, సంప్రదాయాలు, ఆచార వ్యవహారాలను అర్థం చేసుకోవడం తెలుగేతరులకు ఒక సామాజిక అవసరం. అందుకే తమ మాతృభాషతో పాటు తెలుగును నేర్చుకోవడం వారికి అత్యవసరంగా మారింది. అట్లాగే ఒకటి కంటే ఎక్కువ భాషలు నేర్చుకొనే సత్తా కూడా పిల్లలకుందని, ఎన్ని ఎక్కువ భాషలు నేర్చుకొంటే, అది వారి విజ్ఞాన పరిధిని అంత విస్తృతపరుస్తుందని, ఆయా భాషలపట్ల సున్నితత్త్వము, గౌరవభావం, సహనం, విశ్లేషణ, సృజనాత్మక వంటివి వ్యక్తుల్లో వృద్ధిచెందుతాయని భాషావేత్తలు పేర్కొన్నారు.

దురదృష్టవశాత్తు ఈ మధ్యకాలంలో తెలుగు మాట్లాడేవారి సంఖ్య తగ్గుతున్నందని UNESCO, ప్రసారమాధ్యమాలు పేర్కొనడం గమనార్హం. ఆంగ్ల మాధ్యమాల మోజులో తెలుగు అభ్యసనం నిర్లక్ష్యానికి, న్యూనతకు లోనౌతున్నది. దీనివల్ల మన భాష, సాహిత్యం, చరిత్ర, సంస్కృతి. సంప్రదాయాలకు దూరమయ్యే ప్రమాదం వాటిల్లుతున్నది. ఈ పరిస్థితిని అధిగమించి 'తెలుగు'ను ప్రతి ఒక్కరూ అభ్యసించేలా చేయడం తక్షణావసరంగా మారింది.

ప్రపంచ తెలుగు మహాసభల సందర్భంగా తెలంగాణ రాష్ట్ర ముఖ్యమంత్రి గౌరవనీయులు శ్రీ కల్వకుంట్ల చంద్రశేఖర్ రావు గారు తెలంగాణ రాష్ట్రంలోని విద్యార్థులందరూ తప్పనిసరిగా తెలుగును ఒక సబ్జక్టుగా చదువాలని, దీనికి చట్టాన్ని రూపొందిస్తామని 2017 డిసెంబర్‌లో నిర్వహించిన ప్రపంచ తెలుగు మహాసభల ప్రారంభ, ముగింపు సమావేశాల్లో ప్రకటించి తన భాషాభిమానాన్ని చాటారు. ఇందుకోసం తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం ప్రభుత్వ ఉత్తర్వు సంఖ్య 213, తేది : 31-10-17 ద్వారా ఒక కమిటీని నియమించింది. కమిటీ సభ్యులు పంజాబ్, ఢిల్లీ, తమిళనాడు, కర్నాటక వంటి రాష్ట్రాలతోపాటు, సి.బి.యస్..ఇ., ఐ.సి.ఎస్.ఇ., కేంద్రీయ విద్యాలయాలు వంటి సంస్థలను సందర్శించి భాషా వినియోగం, వివిధ భాషల అభ్యసనం, అమలుతీరు తెన్నులను క్షుణ్ణంగా అధ్యయనం చేసి ప్రభుత్వానికి నివేదిక సమర్పించారు.

గౌరవ ముఖ్యమంత్రి గారు ఈ నివేదికను పరిశీలించి, చర్చించి ఒకటవ తరగతి నుండి 10వ తరగతి వరకు తెలంగాణ రాష్ట్రంలోని అన్ని యాజమాన్యాలు, అన్ని మాధ్యమాలకు చెందిన పాఠశాలల్లో 'తెలుగు'ను తప్పనిసరి బోధనాంశంగా 2018-19 విద్యా సంవత్సరం నుండి అమలు చేయడానికి చట్టాన్ని రూపొందించాలని నిర్ణయం తీసుకొన్నారు. ఇందుకనుగుణంగా 2018 మార్చ్ మాసంలో జరిగిన శాసన సభ, శాసన మండలి సమావేశాల్లో బిల్లును ప్రవేశపెట్టారు. తేది : 30-03-2018 రోజునాడు "Act No.10 of 2018" గా తెలంగాణ రాష్ట్రంలో తెలుగును బోధించడం, నేర్చుకోవడం తప్పనిసరి (Teaching and Learning Telugu Language At Compulsory in the State of Telangana) అనే పేరుతో చట్టం రూపొందింది.

చట్టంలోని అంశాలను అమలుపర్చుటకు అవసరమైన వివరణలు, విధివిధానాలు, వివిధ అంశాలతో తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం, ప్రభుత్వ ఉత్తర్వు 15ను తేది : 01-06-2018 రోజునాడు విడుదల చేసింది. ఇందుకనుగుణంగా తెలంగాణ రాష్ట్రంలోని అన్ని యాజమాన్యాలు, అన్ని మాధ్యమాలకు చెందిన పాఠశాలల్లో 2018-19 విద్యా సంవత్సరం నుండి తెలుగును విధిగా నేర్పాలని, విద్యార్థులు నేర్చుకోవాలని తెలుపుతూ పాఠశాల విద్యాశాఖ, తేది : 29-06-2018 రోజున ఉత్తర్వులను జారీ చేసింది.

SCERT TELANGANA

పాఠశాలలో తప్పనిసరి బోధనాంశంగా తెలుగును బోధించడం, నేర్చుకోవడం గురించి రూపొందించిన చట్టం 10, తేది : 30-03-2018, ప్రభుత్వ ఉత్తర్వు 15, తేది : 01-06-2018లోని ముఖ్యాంశాలు.

- తెలంగాణ రాష్ట్రంలోని అన్ని యాజమాన్యాలు అనగా రాష్ట్ర ప్రభుత్వ అధీనంలోని ప్రభుత్వ, జిల్లా పరిషత్, మండల పరిషత్ పాఠశాలలు, రాష్ట్ర ప్రభుత్వ గుర్తింపుపొందిన ప్రైవేటు పాఠశాలలు, ఎయిడెడ్ పాఠశాలలు, సి.బి.యస్.ఇ., ఐ.సి.ఎస్.ఇ., ఐ.బి. సంస్థలకు అనుబంధంగా నడిచే అన్ని రకాల పాఠశాలల్లో 2018-19 విద్యా సంవత్సరం నుండి తెలుగును తప్పనిసరి బోధనాంశంగా అమలుపరుస్తారు.

- మన రాష్ట్రంలోని రాష్ట్ర ప్రభుత్వ అధీనంలోని తెలుగు, ఆంగ్ల మాధ్యమ పాఠశాలల్లో తెలుగు ఇప్పటికే అమలులో ఉన్నది. ఐతే ఇతర మాధ్యమ పాఠశాలల్లో అనగా ఉర్దూ, హిందీ, కన్నడ, తమిళం, బెంగాలి, మరాఠీ మాధ్యమ పాఠశాలల్లో, సి.బి.యస్.ఇ., ఐ.సి.ఎస్.ఇ., ఐ.బి.పాఠశాలల్లో కూడా తెలుగును నేర్పడాన్ని దశల వారీగా అమలుపరుస్తారు. అనగా ఇప్పటివరకు తెలుగును అమలుచేయని పాఠశాలల్లో 2018-19 విద్యా సంవత్సరంలో ఒకటవ తరగతితో ప్రాథమిక స్థాయిలో ప్రారంభించి సంవత్సరానికి ఒక తరగతి చొప్పున విస్తరిస్తారు. అట్లాగే ఉన్నత పాఠశాలల్లో 2018-19 విద్యా సంవత్సరంలో 6వ తరగతితో ప్రారంభించి ఒక్కో సంవత్సరానికి ఒక తరగతి చొప్పున విస్తరిస్తారు.

అమలు సం॥	ప్రాథమిక స్థాయి	ఉన్నత స్థాయి
2018-19	1వ తరగతి	6వ తరగతి
2019-20	1, 2వ తరగతి	6, 7వ తరగతి
2020-21	1, 2, 3వ తరగతి	6, 7, 8వ తరగతి
2021-22	1, 2, 3, 4వ తరగతి	6, 7, 8, 9వ తరగతి
2022-23	1, 2, 3, 4, 5వ తరగతి	6, 7, 8, 9, 10వ తరగతి

- ఇతర మాధ్యమ పాఠశాలల్లో తెలుగు బోధించడానికి ఉపాధ్యాయులను లేదా విద్యావాలంటీర్లను ప్రభుత్వం నియమిస్తుంది.

- ఏ పాఠశాలలోనైనా రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన శిక్షణాసంస్థ రూపొందించిన తెలుగు వాచకాలనే వినియోగించాలి. ఇందుకోసం 2018-19 విద్యా సంవత్సరంలో ఇతర మాధ్యమ పాఠశాలల విద్యార్థులు తెలుగు నేర్చుకోవడానికి 6వ తరగతి తెలుగు పాఠ్యపుస్తకాలు రూపొందించారు.

- ప్రభుత్వ ఉత్తర్వు సంఖ్య 17, తేది : 14-05-2014 ప్రకారం నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనాన్ని తెలుగు భాష కోసం నిర్వహించాలి. 10వ తరగతిలో ప్రభుత్వం నిర్దేశించిన కనీస ఉత్తీర్ణత మార్కులను పొందాల్సి ఉంటుంది.

- తెలుగు, ఆంగ్ల మాధ్యమ ప్రాథమిక పాఠశాలల్లో తెలుగుతోపాటు ఆంగ్లాన్ని అభ్యసిస్తారు నేర్చుకొంటారు. ఇది గతంలోవలె కొనసాగుతుంది. ఐతే ఇతర మాధ్యమాలు అనగా ఉర్దూ, హిందీ, బెంగాలి, తమిళం కన్నడ, మరాఠి మాధ్యమ పాఠశాలల్లో ఇప్పటి వరకు వారి మాతృభాష, ఆంగ్లాన్ని మాత్రమే నేర్చుకొంటున్నారు. 2018-19 విద్యా సంవత్సరం నుండి తెలుగును కూడా తప్పనిసరిగా బోధించాలి. విద్యార్థులు నేర్చుకోవాలి.

- అట్లాగే ఉన్నత పాఠశాలల్లో ఇప్పటికే తెలుగు, ఆంగ్ల మాధ్యమ పాఠశాలల్లో తెలుగును నేర్చుకొంటున్నారు. ఇది ఇలాగే కొనసాగుతుంది. ఐతే ఇతర మాధ్యమ పాఠశాలల్లో 2018-19 విద్యా సంవత్సరం నుండి తెలుగు, ఆంగ్లం భాషలతోపాటు తృతీయ భాషగా హిందీ / ఉర్దూ / సంస్కృతం / వారి మాతృభాషలలో ఏదైనా ఒక దానిని కూడా నేర్చుకోవచ్చు.

SCERT TELANGANA

- సి.బి.ఎస్.ఇ., ఐ.సి.ఎస్.ఇ., ఐ.బి. పాఠశాలలో ప్రాథమిక స్థాయిలో రెండు భాషలనే నేర్చుకొంటారు. దీంట్లో ఆంగ్లం తప్పనిసరి. ఐతే ద్వితీయ భాషగా తెలుగు నేర్చుకొనే అవకాశమున్నది. కాని తప్పని సరికాదు. కాబట్టి చట్టం వల్ల తప్పనిసరిగా తెలుగును నేర్చుకోవాల్సి ఉంటుంది. వారి మాతృభాషను తృతీయ భాషగా నేర్చుకోవచ్చు.
- ఐదవ తరగతి వరకు తెలుగు చదువకుండా 6వ తరగతిలో ప్రవేశించిన విద్యార్థుల కోసం సరళమైన తెలుగు వాచకాలను చదువడం, రాయడం, చేయగలిగేలా రూపొందించారు. 5వ తరగతి వరకు తెలుగు చదివిన వారికి 6వ తరగతిలో సాధారణ తెలుగు వాచకం 'నవ వసంతం'ను వినియోగించాలి. 1వ తరగతిలో కూడా తెలుగు, ఆంగ్ల మాధ్యమ పాఠశాలల్లో సాధారణ తెలుగువాచకం జాబిలి-1 ని, ఇతర మాధ్యమాలలో 'తేనెపలుకులు'-1 సరళమైన తెలుగు వాచకాన్ని వినియోగించాలి.
- ఎవరైనా పిల్లలు 7వ తరగతి వరకు తెలుగు చదువకుండా '8' వ తరగతిలో లేదా ఆపై తరగతుల్లో మన రాష్ట్రంలో విద్యను అభ్యసించడానికి పాఠశాలల్లో ప్రవేశం పొందితే వారు 'తెలుగు' నేర్చుకోవడాన్ని మినహాయింపునిస్తారు. అయితే దీనికి సంబంధిత జిల్లా విద్యాధికారి ద్వారా సంచాలకులు, పాఠశాల విద్యాశాఖ గారికి దరఖాస్తు సమర్పించి మినహాయింపు పొందాల్సి ఉంటుంది.

చట్ట ఉల్లంఘన - చేపట్టే చర్యలు

- "తెలుగు తప్పనిసరి చట్టాన్ని" ఉల్లంఘించడం అంటే...
  - ఎ) తెలుగును తప్పనిసరి సబ్జక్టుగా బోధించకపోవడం.
  - బి) తెలుగు భాషోపాధ్యాయుడిని / బోధకుడిని తెలుగును బోధించడానికి కేటాయించకపోవడం.
  - సి) రాష్ట్ర ప్రభుత్వం రూపొందించిన ప్రభుత్వ తెలుగు పాఠ్యపుస్తకాలను వినియోగించకపోవడం.
  - డి) చట్టంలో పేర్కొన్న ఇతర నియమాలను పాటించకపోవడం. (Act No.10 off 2018 జి.వో.నెం.15, తేది : 01-06-2018)
- పైన తెల్పిన విధంగా ఏదైనా ప్రైవేటు యాజమాన్యానికి చెందిన పాఠశాలలు తెలుగును తప్పనిసరి బోధనాంశంగా అమలుచేయడంలో విఫలమైతే చట్టాన్ని ఉల్లంఘించినట్లుగా భావిస్తారు. ఈ సందర్భంలో కింది చర్యలు చేపడతారు. అవి :
  - ఏదైనా పాఠశాలలో తెలుగు అమలుతీరు చట్టాన్ని ఉల్లంఘించినట్లు దృష్టికివస్తే జిల్లా విద్యాధికారి నోటీసు జారీ చేస్తాడు. దీనికి సంబంధిత యాజమాన్యం 15 రోజులలోగా జవాబివ్వాలి.
  - జవాబిచ్చిన తర్వాత మళ్ళీ పరిశీలిస్తారు. అయినప్పటికీ చట్ట ఉల్లంఘన కొనసాగితే జిల్లా విద్యాధికారి జిల్లా కలెక్టరు దృష్టికి తీసుకెళతాడు. జిల్లా కలెక్టరు మొదటి తప్పుగా భావించి 50,000/- (యాభైవేల రూపాయలను) అపరాధ రుసుంను విధిస్తాడు. సదరు పాఠశాల యాజమాన్యం దీని గురించి పాఠశాల విద్యా సంచాలకులకు అప్పీలు చేసుకోవచ్చు.
  - అయినప్పటికీ ఇదే విధంగా రెండవసారి కూడా ఉల్లంఘించినట్లైతే జిల్లా కలెక్టరు గారు సదరు పాఠశాలలకు ఒక లక్ష రూపాయల అపరాధ రుసుమును విధించవచ్చు.
  - అట్లాగే మూడవ సారి కూడా జరిగితే, ఆ పాఠశాల గుర్తింపును రద్దుచేస్తారు. ఇలా గుర్తింపు రద్దైన పాఠశాలల్లో చదివే విద్యార్థులకు 10వ తరగతి పరీక్షను రాష్ట్రంలోని ఎస్.ఎస్.సి. బోర్డు లేదా సి.బి.ఎస్.ఇ. లేదా ఐ.సి.ఎస్.ఇ. వంటి ఏ బోర్డు కూడా పరీక్షలు నిర్వహించడానికి అవకాశముండదు.

SCERT TELANGANA

రాష్ట్ర స్థాయి, జిల్లా స్థాయి కమిటీలు :

- రాష్ట్రంలోని అన్ని పాఠశాలల్లో తెలుగును తప్పనిసరిగా బోధించడాన్ని పరిశీలించి చర్యలు చేపట్టడానికి రాష్ట్ర స్థాయిలో ఒక కమిటీని, అట్లాగే జిల్లా కలెక్టరు నేతృత్వంలో జిల్లా స్థాయి కమిటీని ప్రభుత్వం ఏర్పాటుచేస్తుంది. ఈ కమిటీలు మొదటి సంవత్సరంలో ప్రతి మూడు మాసాలకు ఒకసారి, రెండవ సంవత్సరం నుండి ఆరు మాసాలకొకసారి సమావేశమై సమీక్షించి తగు చర్యలు చేపట్టడానికి ప్రభుత్వానికి నివేదికను సమర్పిస్తుంది.

వృత్యంతర శిక్షణలు :

- రాష్ట్రంలోని అధికారులు మానిటరింగ్ సభ్యులు, ఉపాధ్యాయులు మొదలగువారందరికీ రాష్ట్ర విద్యాపరిశోధన శిక్షణాసంస్థ ప్రతి సంవత్సరం శిక్షణ కార్యక్రమాలను నిర్వహిస్తుంది.
- రాష్ట్ర, జిల్లాస్థాయి అధికారులు, మండల విద్యాధికారులు, ఉపాధ్యాయ విద్యా కళాశాలల ప్రిన్సిపాళ్ళు, ఉపవిద్యాధికారులకు రాష్ట్ర స్థాయిలో శిక్షణ కార్యక్రమాలను నిర్వహిస్తారు.
- అట్లాగే ప్రధానోపాధ్యాయులు, ఉపాధ్యాయులు, మండల విద్యాధికారులు మొదలగు వారికి జిల్లా విద్యాధికారి నేతృత్వంలో జిల్లాస్థాయిలో శిక్షణ కార్యక్రమాలను నిర్వహిస్తారు.

వనరులను సమకూర్చడం

- అన్ని పాఠశాలల్లో తెలుగును సమర్థవంతంగా బోధించడానికి, విద్యార్థులు నేర్చుకోడానికి వీలుగా పాఠశాలల్లో, గ్రంథాలయాలను ఏర్పాటుచేయాలి.
- బోధనాభ్యసన సామగ్రిని సమకూర్చాలి.
- సాంకేతికతను వినియోగించాలి. డిజిటల్ పాఠాల బోధనను చేపట్టాలి.
- పాఠశాలల్లో బాలసాహిత్యం పిల్లలకు అందుబాటులో ఉంచడం ద్వారా తెలుగును నేర్చుకొనే వాతావరణాన్ని కల్పించాలి.

ముగింపు

తెలంగాణ రాష్ట్రంలో తెలుగును తప్పనిసరి సబ్జక్టుగా అన్ని పాఠశాలల్లో బోధించి పిల్లలు నేర్చుకొనేలా చేయాలి. తద్వారా తెలంగాణ సంస్కృతి, చరిత్ర, సంప్రదాయాలు వంటివి పిల్లలు అర్థం చేసుకొని, వాటి గొప్పదనాన్ని గుర్తించి గౌరవించాలి. తెలుగేతరులు తెలుగును నేర్చుకోవడం ద్వారా తెలంగాణ సమాజంతో మమేకమై, ఉన్నతమైన మానవ సంబంధాలను నెలకొల్పాలి. వారి దైనందిన అవసరాలను తీర్చుకోగలగాలి. ఈ సదుద్దేశంతో రూపొందించిన చట్టాన్ని అమలుపరచడంలో మనం అందరం భాగస్వాములం కావాలి.

SCERT TELANGANA

10. బాలలపై లైంగిక వేధింపులు – ప్రశ్నోత్తరాల ద్వారా అవగాహనా కల్పన

బాలల సంరక్షణ – పాఠశాలల పాత్ర

1.1. పాఠశాలల్లో బాలల సంరక్షణ ప్రణాళిక ఎందుకు ఉండాలి?

బాలల హక్కులు, బాలల పరిరక్షణ అంశాలు అభ్యుదయ రీతిలో, సమగ్రంగా, బాలలే కేంద్రంగా రూపు దిద్దుకుంటున్నాయి. అందువల్ల పిల్లలతో ప్రమేయం కలిగి ఉండే ప్రతి ఒక్కరూ పిల్లల రక్షణ చర్యలకు సంబంధించి అవగాహన కలిగి ఉండాలి.

ఇల్లు తరువాత పాఠశాలలే బాలలకు సురక్షితమైనవి సంతోషాన్ని అందించేవి. కాబట్టి పాఠశాలల్లో శిశు సంరక్షణా పథకం అవసరం.

1.2. రాజ్యాంగంలోని అధికరణ 21 గౌరవంతో జీవించే హక్కును తెలుపుతుంది. అలాగే 14 సంవత్సరాల లోపు పిల్లలందరికీ విద్యా హక్కును కూడా ఈ అధికరణమే వివరిస్తుంది.

విద్యాహక్కు చట్టం ప్రకారం : పిల్లలను శారీరకంగా శిక్షించడం (ఉపాధ్యాయులు కొట్టడం వంటివి) వారిపై దాడిగానే పరిగణిస్తారు. ఇది వారి స్వేచ్ఛ, గౌరవాలకు భంగకరం. శారీరక శిక్షలకు భయపడి పిల్లలు బడికి వెళ్లటానికి నిరాకరిస్తారు లేదా శాశ్వతంగా బడికి వెళ్లటం మానేస్తారు. ఈ విధంగా శారీరక శిక్షలు పిల్లల విద్యా హక్కుకు భంగం కలిగిస్తున్నాయి.

1.3. బాలల హక్కులు, సంరక్షణ, సంస్థాపరమైన బాధ్యతలు:

UNCRC (యునైటెడ్ నేషన్స్ కన్వెన్షన్ ఆన్ ద రైట్స్ ఆఫ్ ద చైల్డ్) నిబంధన 19 ప్రకారం ఈ ఒప్పందంలోని భాగస్వామ్య దేశాలన్నీ పిల్లల తల్లిదండ్రులు, చట్టబద్ధ సంరక్షకులు లేదా బాగోగులు చూసుకునే మరెవరి సంరక్షణలోనైనా ఉన్నప్పుడు లైంగిక వేదింపు, శారీరక లేదా మానసిక హింస, గాయం లేదా వేదింపు, నిర్లక్ష్యం, నిరక్ష్య వైఖరి, తిండిపెట్టక పోవడం లేదా దోపిడీలకు గురి కాకుండా చట్ట, పాలనాపర, సామాజిక, విద్యాపరమైన చర్యలను తీసుకోవాలి. అన్ని రకాల వేదింపులు, నిర్లక్ష్యాల నుంచి రక్షణ పొందే హక్కు బాలలకు ఉందని UNCRC స్పష్టం చేస్తోంది.

బాలల విద్యార్థి దశలో వారందరికీ రక్షణ కలిగించడమనేది విద్యార్థి దశలో క్లిష్టమైనది. బాలలు 12 సంవత్సరాల పాటు పాఠశాలలలో గడుపుతారు కాబట్టి పాఠశాల యాజమాన్యం, పిల్లల కుటుంబాలు వారి సంరక్షణకై ప్రధాన భూమికను నిర్వహించాలి.

SCERT TELANGANA

1.4. విద్యాహక్కు చట్టం 2009 – బాలల హక్కులపై అధ్యయనబాధ్యతలు :

విద్యా హక్కు చట్టం సెక్షన్ 29 ఏమి చెబుతుందంటే చట్టంలోని సబ్ సెక్షన్ (ఉప నిబంధన) (1) కింద పాఠ్య ప్రణాళిక రూపొందించేటప్పుడు పాఠశాల లేదా విద్యాధికారులు కింది అంశాలను తప్పక పరిగణనలోకి తీసుకోవాలి:

- పాఠ్యాంశాలు రాజ్యాంగ విలువలకు అనుగుణంగా ఉండాలి.
- బాలుడు/బాలిక బహుముఖాభివృద్ధి లక్ష్యం కావాలి.
- బాలల జ్ఞానం, సమర్ధత, ప్రజ్ఞలను అభివృద్ధి చేయాలి.
- పిల్లల శారీరక, మానసిక సామర్థ్యాలను పూర్తి స్థాయిలో అభివృద్ధి చేయాలి.
- పిల్లలే కేంద్రంగా స్నేహ పూరిత వాతావరణంలో స్వయంగా వారే కనుగొనడం, వెలికి తీయడం వంటి వివిధ కార్యక్రమాల ద్వారా నేర్చుకునేటట్లు చేయాలి.
- బోధన సాధ్యమైనంత వరకు వారి మాతృభాషలోనే సాగాలి.
- పిల్లలు ఎటువంటి భయం, బాధ, ఆందోళన లేకుండా స్వేచ్ఛగా వారి భావాలను వ్యక్తం చేసే వాతావరణం సృష్టించాలి.
- బాలుడు/బాలిక యొక్క జ్ఞాన అవగాహన స్థాయిని, దానిని వారు అనువర్తించే సామర్థ్యాన్ని ఎప్పటికప్పుడు, సమగ్రంగా మూల్యాంకనం చేయాలి.

ఈ నిబంధనలన్నీ శిశువుకు భయరహిత వాతావరణాన్ని కల్పించడం, పాఠశాలలో ఎలాంటి దాడికి అవకాశం లేకుండా వారి సంరక్షణా యోగక్షేమాలకు ఆస్కారం కల్పించడం ముఖ్యం.

2. POCSO చట్టం, 2012 ప్రకారం బాలలపై లైంగిక దుశ్చర్య అంటే ఏమిటి?

కింది సందర్భాల్లో బాలుడు/బాలిక ఏదైనా లైంగిక కార్యక్రమంలో పాల్గొనడం లేదా ప్రమేయం కలిగి ఉండడాన్ని బాలుడు/బాలిక పై లైంగిక దుశ్చర్యగా చెప్పవచ్చు.

ఆ సందర్భాలు ఏమిటంటే–

- బాలుడు/బాలికకు జరుగుతున్నది అర్థం కాకపోవడం.
- బాలుడు/బాలిక తన అసమ్మతిని తెలియచేయలేని అశక్తత.
- బాలుడు/బాలికకు తమ సమ్మతిని తెలియజేసే పరిపక్వత లేనప్పుడు.
- చట్టాన్ని ఉల్లంఘించినప్పుడు లేదా సామాజిక కట్టుబాట్లను అతిక్రమించినపుడు.

ఒక బాలుడు లేదా బాలికను లైంగికానందం కోసం వయోజనుడు లేదా పెద్ద వాడు లేదా జ్ఞానం ఉన్న బాలుడు/బాలిక ఉపయోగించుకుంటే, ఆ చర్య లైంగిక దుశ్చర్య అవుతుంది. ఈ దాడి శారీరకమైనది, మాటలు లేదా ఉద్వేగాలతో కూడుకున్నది కావచ్చు.

అవి ఏమిటంటే–

- వస్త్రాన్ని తొలగించి కాని లేదా వస్త్రం పై నుంచి కాని శరీరంలోని ఏ భాగాన్నయినా లైంగికంగా తాకడం.
- చొప్పించే లైంగిక దాడి (నోటి ద్వారా చొప్పించడం కూడా వస్తుంది).
- లైంగిక చర్యకు బాలుడు/బాలికను ప్రేరేపించడం (హస్త ప్రయోగం కూడా ఇందులోకి వస్తుంది).
- బాలుడు/బాలిక ముందు ఉద్దేశపూర్వకంగా లైంగిక చర్యకు పాల్పడడం.
- పిల్లలకు అశ్లీల సాహిత్యాన్ని, చిత్రాలను చూపడం లేదా అశ్లీల చిత్రాల తయారీకి పిల్లను ఉపయోగించుకోవడం.
- ఒక వయోజన వ్యక్తి అతని/ ఆమె రహస్యాంగాలు లేదా మర్మాంగాలను పిల్లలకు చూపడం (ఎగ్జిబిషనిజం).
- పిల్లలను వ్యభిచారం లేదా పడుపు వృత్తిలోకి ప్రోత్సహించడం.
- పిల్లలతో అశ్లీల సంభాషణలు చేయడం.

3. ఉపాధ్యాయుడు ఇలా ఆలోచించాలి...

ఎ) బాలలపై లైంగిక దాడి మా పాఠశాలలో ఒక సమస్య కాదు.

బీ) నా బాధ్యత విద్యా బోధన, పిల్లల రక్షణ కాదు.

జ) బాలలపై లైంగిక వేధింపుల నిరోధం పట్ల చట్టాలు, నియమాలు నేనెందుకు తెలుసుకోవాలి?

విద్యావేత్తలు / ఉపాధ్యాయులు తమవంతు బాధ్యతగా అనుమానాస్పద లైంగిక దాడి లేక అవమానకరమైన పరిస్థితులను తరగతి గదుల్లో భయరహిత వాతావరణం నెలకొల్పడంలో వారి ఫిర్యాదు ముఖ్యం.

ఆకలి లేదా అనారోగ్యాలవలే ఇతరులు కీడు చేస్తారోమేనన్న భయం, వాటికి సంబంధించిన అనుభవాలు కూడా పిల్లల అభ్యసనను దెబ్బతీస్తాయి. అందువల్ల ఇటువంటి ప్రమాదాలను ముందుగానే పసిగట్టి, తగిన నివారణ చర్యలను తీసుకోవడం పాఠశాల సిబ్బందికే సాధ్యమవుతుంది. అందువల్ల వారి నిరంరత పర్యవేక్షణ ఎంతో కీలకం.

పిల్లల రక్షణ, సంక్షేమాలను పెంపొదించడానికి, వారిని అపాయకర పరిస్థితుల నుంచి తప్పించడానికి పాఠశాలలు, వాటి సిబ్బంది సామాజిక కార్యక్రమాలు; పోలీస్, చట్టం, ఆరోగ్య సేవల్లో పాల్గొని తమ వంతు పాత్రను పోషించాలి.

పాఠశాల సిబ్బంది తమ పిల్లలు (విద్యార్థులు) లైంగిక దాడికి లేదా నిర్లక్ష్యానికి గురవుతున్నారని తెలిసినా లేదా లైంగికదాడికి, నిర్లక్ష్యానికి గురైనా లేదా ప్రస్తుతం అటువంటి పరిస్థితుల్లో ఉన్నా వెంటనే వారు ఎటువంటి అలస్యం చేయకుండా సమాచారాన్ని నిర్దేశిత అధికారులకు ఫిర్యాదు చేయాలి.

4. సమస్యను ఫిర్యాదు చేస్తే ఇక నేను ఆ క్లిష్టమైన విధానాలు, ఇబ్బందుల్లో ఇరుక్కుంటానని చింతపడుతున్నాను. నిజమేనా?

***POCSO* చట్టం – *2012*లోని సెక్షన్ 21(1) ననుసరించి బాలలపై లైంగిక దాడుల గురించి ఫిర్యాదుచేయడంలో న్యాయశాఖ తగు చర్యలు గైకొనడం, తల్లిదండ్రులు, వైద్యులు, పాఠశాల సిబ్బందికి బాధ్యత కల్పించారు. ఇందులో విఫలమైతే ఫిర్యాదుపై అనుమానం వస్తే అది నేరంగా పరిగణించబడుతుంది. ఈ చట్టం ఫిర్యాదు చేయడంలో సమాచారం అందించడంలో ఆటంకాలు ఉంటే అవి వృత్తిపరమైన విధుల్లో లోపంగాను, విషయ గుప్తతను పాటించడంలో బాధ్యతను గుర్తు చేస్తుంది.**

ఫిర్యాదు చేసినంత మాత్రాన మొత్తం అన్నీ మీరు ఒక్కరే చూసుకోవాల్సిన పని లేదు. పాఠశాల ఉపాధ్యాయుడు/

ఉపాధ్యాయురాలిగా ఒక బాలుడు / బాలిక పై లైంగిక దాడి జరిగిందని తెలిసినా లేదా జరిగే ప్రమాదం ఉందని అనుమానం ఏర్పడినా కేవలం ఆ విషయాన్ని సంబంధిత అధికారులకు ఫిర్యాదు చేయడంతో మీ బాధ్యత ముగుస్తుంది.

అయితే, మీరు పాఠశాలలో ఏర్పాటు చేసిన ఫిర్యాదు నిబంధలను పాటించాలి. అవి:

- బాలుడు/బాలిక చెప్పింది వినాలి. జరిగిన విషయాన్ని వెల్లడించి మంచి పని చేశారని వారికి మద్దతు ఇచ్చి ధైర్యం చెప్పాలి. ఇక భద్రంగా ఉంటామన్న భావన పిల్లల్లో కలిగించాలి.
- విషయాలను గోప్యంగా ఉంచుతామన్న హామీ ఇవ్వొద్దు. భద్రత కోసమే వివరాలను అవసరమైన వారికి వెల్లడించడం జరుగుతుందని వారికి అర్థమయ్యేలా వివరించాలి.
- నిర్దేశిత అధికారికి లేదా పాఠశాల ప్రధానోపాధ్యాయుడికి లేదా హెల్ప్‌లైన్‌కు లేదా పోలీసులకు ఫిర్యాదు చేయాలి.
- అన్ని సంభాషణలు, తీసుకున్న చర్యల వివరాలను భద్రపరచాలి. ఆలస్యం చేయవద్దు.
- విచారణ మీ బాధ్యత కాదు. పిల్లల రక్షణ కోసం విధుల నిర్వహించే నిపుణులకు ఫిర్యాదు ఇవ్వడంతో మీ పాత్ర ముగుస్తుంది.

5. పాఠశాల ప్రధానోపాధ్యాయులుగా నా పాఠశాలలో భద్రతా వాతావరణాన్ని ఎలా సృష్టించగలను?

5.1. కనీస అవసరాలు:

- స్పష్టమైన ఫిర్యాదు మరియు స్పందన వ్యవస్థ కలిగిన ఒక బాలల రక్షణ ప్రణాళిక లేదా విధానాన్ని రూపొందించుకోవాలి.
- స్కూలు సిబ్బందిలో ఒకరిని ఈ బాలల రక్షణ ప్రణాళికకు ఇన్‌చార్జ్‌గా నియమించాలి. అవసరం అయినపుడు సహకారం అందించడానికి డిప్యూటీ ఇన్‌చార్జ్‌ని కూడా ఏర్పాటు చేయాలి.
- బాలల సంరక్షణ చట్టాలు వాటికి సంబంధించిన మార్గదర్శకాలు, రిఫరల్ ఏజెన్సీల గురించి అవగాహన కలిగి ఉండాలి.
- భద్రతా నియమాలు, పాఠశాల విధానాల గురించి విద్యార్థులకు, వారి తల్లిదండ్రులకు అవగాహన కలిగించాలి. పాఠశాల యాజమాన్య సంఘ సభ్యులకు కూడా వీటి పట్ల అవగాహన ఉండాలి.
- పిల్లలు తాము భద్రమైన, మర్యాదకరమైన, తమను పట్టించుకునే వాతావరణంలో ఉన్నామన్న భావన కలిగించేలా పాఠశాల సంస్కృతి ఉండాలి. అటువంటి వాతావరణాన్ని అభివృద్ధి చేయాలి. వ్యక్తిగత, ఉద్వేగ అభ్యసన, ప్రవర్తనపై కార్యక్రమాలు, వేధింపు నివారణ పట్ల అవగాహన, కార్యక్రమాలలో పాల్గొనడం, విద్యార్థి వేదికలు వంటివి బాలల్లో ఆత్మ విశ్వాసం, తట్టుకునే శక్తి, నమ్మకం వంటి రక్షణాత్మక లక్షణాలు వారి వ్యక్తిత్వంలో రూపుదిద్దుకునేలా చేస్తాయి.
- విద్యార్థులందరికీ వ్యక్తిగత భద్రత గురించి ఎప్పటికప్పుడు అవగాహన కార్యక్రమాలు ఏర్పాటు చేయాలి. లైంగిక దాడి జరిగాక ఫిర్యాదు చేయడం కంటే అటువంటి పరిస్థితులను పసిగట్టి ముందుగానే ఫిర్యాదు చేసి నివారించడం మంచిది.
- భద్రమైన మౌలిక సదుపాయాలు, మధ్యాహ్న భోజన ప్రాంతాలు, తరగతి గదులు, టాయ్‌లెట్లు (మరుగుదొడ్లు), ఆట స్థలాలు శుభ్రంగా, ఆరోగ్యకరంగా ఉండడం కూడా పాఠశాల భద్రతలో భాగమేనని గుర్తించాలి.

5.2. బాలలపై లైంగిక వేధింపుల గురించి ఫిర్యాదుచేయడం ఎలా?

ఫిర్యాదుచేసే విధానంలో బాలల యొక్క స్టేట్‌మెంటును POCSO చట్టం ప్రకారం రికార్డు చేయాలి.

రికార్డు చేసేది ఎవరు?

లైంగిక నేరానికి సంబంధించిన బాధ్యతలుగాని, సామాజిక మాధ్యమాల వ్యక్తులు, హాస్టళ్ళు, నివాస గృహాలు, వైద్యశాలలు, క్లబ్బులు, స్టూడియోలు లేదా ఫోటోగ్రఫీ సౌకర్యాలు ఉన్నవారు ఇలాంటి సందర్భం తమ దృష్టికి వచ్చినప్పుడు లైంగిక వేధింపులకు గురైన బాలల గురించి ఫిర్యాదు చేయవచ్చు.

అలాంటి ఫిర్యాదు చేయడంలో వైఫల్యాలున్నట్లైతే వారు శిక్షార్హులే కాకుండా ఆరు మాసాల జైలు శిక్ష లేదా జరిమానా లేదా రెండూనూ, ఈ జరిమానా శిశువులకు వర్తించదు.

5.3. ఈ కేసును ఎవరికి రిపోర్టు చేయాలి?

కేసు గురించి స్పెషల్ జువనైల్ పోలీస్ యూనిట్ (SJPU) లేదా స్థానిక పోలీసులకు ఫిర్యాదు చేయాలి. కేసు రాగానే పోలీసులు లేదా SJP యూనిట్ ఫిర్యాదును రాత పూర్వకంగా తీసుకుని దానికి ఒక నమోదు సంఖ్యను కేటాయిస్తారు. తర్వాత సదరు ఫిర్యాదును ధ్రువీకరణ కోసం ఫిర్యాదుదారుకు చదివి వినిపిస్తారు. తర్వాత దానిని ఒక పుస్తకంలోకి ఎక్కిస్తారు. నమోదు చేసిన ప్రథమ సమాచార నివేదిక(FIR) ప్రతిని ఒక దానిని ఫిర్యాదుదారు లేదా సమాచారం ఇచ్చిన వ్యక్తికి ఎటువంటి రుసుము వసూలు చేయకుండా ఇస్తారు.

5.4.ఫిర్యాదు భాష :

ఒక వేళ కేసును బాలుడు/బాలిక ఫిర్యాదు చేస్తే మాట్లాడినది మాట్లాడినట్టుగా సరళమైన భాషలో నమోదు చేయాలి. ఇలా చేయడం వల్ల బాలుడు/బాలిక ఫిర్యాదులో ఏమి నమోదు చేశారో అర్థం చేసుకోగలుగుతారు. ఒక వేళ వారికి అర్థం కాని భాషలో ఫిర్యాదును నమోదు చేస్తే ఒక అర్హత కలిగిన అనువాదకుడి ద్వారా తర్జుమా చేసి వినిపించాలి.

6. *POCSO చట్టం - నిబంధనలు 2018లో* తీసుకొనిరాబడిన మార్పులు - చేర్పులు ఏవి?

***POCSO చట్టం - నిబంధనలు 2018లో* తీసుకొనిరాబడిన మార్పులు - చేర్పులు :**

- ఇండియన్ పీనల్ కోడ్ - సెక్షన్ 376 ప్రకారం బాలికలపై అత్యాచారం జరిపిన వారికి 7 నుండి 10 సంవత్సరాలు కనీస శిక్షగా నిర్ధారించడం.
- పై సెక్షన్ 376(3) ప్రకారం 16 సంవత్సరాలలోపు బాలికలపై జరిగే అత్యాచారాలకు కనీస జైలు శిక్ష 20 సంవత్సరాలు / ఆజీవాంతం వరకు పొడిగించబడింది.
- పై సెక్షన్ 376 - A, B ప్రకారం 12 సంవత్సరాలలోపు బాలికలపై అత్యాచారాలకు కఠిన జైలు శిక్ష మరియు జరిమానా కూడా విధించడం.
- పై ఆర్డినెన్సు ప్రకారం 16 సంవత్సరాలలోపు బాలికలపై సామూహిక అత్యాచారాలకు జీవిత ఖైదు మరియు జరిమానా కూడా విధించడం.
- ఈ ఆర్డినెన్సు ప్రకారం 12 సంవత్సరాలలోపు బాలికలపై సామూహిక అత్యాచారాలకు కూడా కఠిన జీవిత ఖైదు మరియు జరిమానా విధించడం.

7. శరీరం, వ్యక్తిగత భద్రత

7.1.ఉపాధ్యాయుల పాత్ర

ప్రతి క్షణం విలువైనదే! ప్రతి శిశువు కూడా! ఆ విషయానికొస్తే బాల్య దశ ఎంతో విలువైనది.

- కైలాష్ సత్యార్థి

- తల్లిదండ్రులు పిల్లలకు శరీర భద్రత గురించి 3 నుంచి 5 సంవత్సరాల వయసు మధ్య కాలం నుంచి బోధించడం ప్రారంభించాలి. ఈ విషయం గురించి తల్లిదండ్రులకు అవగాహన కల్పించాలి.
- పిల్లలకు శరీరాంగాలైన జననేంద్రియాలు, శిశ్నం (లింగం), యోని వంటి రహస్యాంగాలతో పాటు శరీరంలోని అన్ని అంగాలను వివరించి వాటి సరైన పేర్లు చెప్పాలి.
- నిపుణుడు లేదా తల్లిదండ్రులు భాష లేదా పదాల పట్ల ఇబ్బందిగా భావిస్తే చిన్న పిల్లలకు అర్థమయ్యే విధంగా వాడుక పదాలను ఉపయోగించాలి. పిల్లలు కొంచం పెద్దయ్యాక వారికి సరైన పదాలను తెలియ చెప్పాలి. జననాంగాల గురించి చెప్పేటపుడు వాడుక (వ్యవహారిక) పదాలు స్పష్టంగా అర్థమయ్యేలా ఉండాలి. అసహ్యం, అవమాన భావనలు కలిగేలా వాటిని పువ్వు, చిలక, సిగ్గు-సిగ్గు, ఛీ-ఛీ వంటి పదాలతో వివరించరాదు. ఈ విషయాన్ని విద్యా బోధకులు, తల్లిదండ్రులు గుర్తు పెట్టుకోవాలి.
- చిన్న వయసు నుంచే పిల్లలను సొంతంగా మల విసర్జన, స్నానం, దుస్తులు ధరించడం నేర్పాలి.
- పిల్లలకు గోప్యత, నమ్రత, వ్యక్తిగత ప్రవర్తనలు, హద్దులు చాల ముఖ్యమని నేర్పాలి.
- పిల్లలకు తమ ఏకాంతాన్ని లేదా గోప్యతను భగ్న పరచేవారిని లేదా హద్దులు దాటి ప్రవర్తించేవారిని అనుమతించకూడదని, అది తప్పు అని తెలియచెప్పాలి. అలాగే ఇతరులు వారి రహస్యాంగాల వైపు చూడడం లేదా తాకడం వంటివి కూడా భావ్యం కాదని చెప్పాలి. ఎందుకంటే పూర్తిగా అవి వారి వ్యక్తిగత అవయవాలని వాటిని గోప్యంగా ఉంచుకోవాలని వివరించాలి.

- ఇతరులు చేసే ఇటువంటి పనులకు 'వద్దు' అని చెప్పడం సరైన పద్ధతి అని పిల్లలకు తల్లిదండ్రులు చెప్పాలి.
- పిల్లలకు ఇష్టంలేని వ్యక్తులను ముద్దులు పెట్టుకోమని, కౌగిలించుకోమని తల్లిదండ్రులు బలవంతం చేయరాదు. ముద్దు లేదా కౌగిలింత తనకు ఇష్టం లేదని ఎవరికైనా చెప్పడానికి పిల్లలకు హక్కు ఉంది. వారికి ఉన్న ఆ హక్కును పెద్దలు గౌరవించాలి.
- ఎవరైనా రహస్యాంగాల వంక చూడడం, వాటిని తాకడానికి ప్రయత్నించడం జరిగితే ఆ విషయాన్ని వెంటనే తల్లిదండ్రులకు తెలియచేయాలన్న విషయాన్ని పిల్లలకు తెలియ చెప్పాలి. పిల్లలు చెప్పేది విని సరిగా అర్థం చేసుకుంటారని, నమ్ముతారని, తగిన భద్రత కల్పిస్తారన్న విశ్వాసాన్ని పిల్లలకు తల్లిదండ్రులు కలిగించాలి.
- సహజంగా తాకడం, తగలడం తప్పు లేదని, అయితే ముట్టుకోవడంలో తేడా అనిపించినా లేదా తాకే విధానం భయం కలిగించినా వెంటనే 'నో' చెప్పాలని ఆ విషయాన్ని తల్లిదండ్రులకు తెలియచేయాలని పిల్లలకు చెప్పాలి.

7.2. పిల్లలకు మూడు శరీర భద్రత నియమాలు బోధించండి:

నేను వ్యక్తిగత శరీర భద్రత నియమాలను పాటిస్తాను

నియమం 1 : వస్త్రానికి సంబంధించిన **నియమాలు:** ఇతరుల ముందు నా రహస్యాంగాలను కప్పి ఉంచుకుంటాను.

నియమం 2 : తాకడానికి సంబంధించిన **నియమాలు:** ఇతరుల ముందు నా రహస్యాంగాలను తాకను.

నియమం 3 : సంభాషణ నియమాలు: నేను రహస్యాంగాల గురించి నమ్మదగిన పెద్దవారితోనే మాట్లడతాను. ఈ భాగాల గురించి నా సందేహాలు, భయాలను వారితో చర్చించి నివృత్తి చేసుకుంటాను.

వ్యక్తిగత శరీర భద్రత నియమాలను తాను పాటిస్తూ ఇతరుల పట్ల కూడా అలానే ప్రవర్తించే వారిని నమ్మదగిన వ్యక్తి (సేఫ్ పర్సన్) అంటారు.

ఎవరైనా నా పట్ల వ్యక్తిగత శరీర నియమాలను ఉల్లంఘిస్తే నేను...

- **'వద్దు' (నో)** అని స్పష్టంగా ఆ వ్యక్తికి చెబుతాను.
- **'వెళ్ళు' (గో)** ఆ వ్యక్తి నుంచి **దూరంగా వెళ్లి పోతాను.**

'చెబుతాను' (టెల్) ఆ వ్యక్తి గురించి నేను **విశ్వసించే వ్యక్తి (సేఫ్ పర్సన్)తో చెబుతాను.**

నా భద్రతకు సంబంధించి నష్టం గాని, సమస్య గాని ఎదురైతే నేను సహాయం కోసం '1098' కి కాల్ చేస్తాను.

7.3. లైంగిక దాడికి గురైన బాలల ప్రవర్తన సంకేతాలు:

లైంగిక దాడికి గురైన బాలుడు/బాలికను అనేక ఇతర లక్షణాల ద్వారా గుర్తించవచ్చు. ముఖ్యంగా ప్రవర్తనా పరంగా వారు–

- దుడుకుగా, తిరస్కార భావంతో ఉంటారు.
- పిరికిగా ఉంటారు లేదా పెద్ద వాళ్లను చూసి భయపడిపోతారు.

- దౌర్జన్యం లేదా విధ్వంసక ప్రవర్తన కలిగి ఉంటారు.
- ఇతరులకు లేదా స్వయం వినాశకారులుగా ఉంటారు.
- స్కూలుకు చాలా త్వరగా వస్తారు లేదా స్కూలు విడిచి వెళ్లడానికి ఇష్టపడరు. అలాగే ఇంటిని విడిచి వెళ్లడానికి ఇష్టపడరు.
- నిర్భయత్వాన్ని లేదా తీవ్రమైన తెగింపును ప్రదర్శిస్తారు.
- సాధన శక్తి తక్కువై పోతుంది (సామన్యంగా పిల్లలు తమలోని దూకుడు శక్తిని అభ్యసనగా మార్చుకుంటారు. సంఘర్షణలో చిక్కుకున్న పిల్లలు ఈ పని చేయలేరు).
- సహచరుల (సహ విద్యార్థులు)తో స్నేహ సంబంధాలు ఏర్పరుచుకోలేరు.
- వాతావరణం వేడిగా ఉన్న కాలంలో కూడా ఒంటి నిండా దళసరి దుస్తులు కప్పుకుని వస్తారు (అయితే ఇది సంస్కృతికి సంబంధించిన అంశమని కూడా గుర్తించాలి).
- ప్రతి దానికి వెనుకాడతారు లేదా తక్కువ అపరిపక్వత ప్రదర్శిస్తారు.
- భౌతికంగా కలవడానికి ఇష్టపడరు లేదా ముడుచుకుపోతారు.
- ఎక్కువగా ఏడుస్తారు.
- ఎక్కువగా చిరాకు పడతారు లేదా పెంకితనం ప్రదర్శిస్తారు
- ప్రత్యేకించి ఒక వ్యక్తి లేదా ఒక వస్తువు అంటే భయపడతారు.
- అమర్యాదకర ప్రవర్తన కలిగి ఉంటారు
- ఇతరుల పట్ల దౌర్జన్యపూరితంగా ప్రవర్తిస్తారు.
- బడి కార్యక్రమాల్లో వెనుకబడి ఉంటారు
- పక్క తడపడం (నిద్రలో మూత్ర విసర్జన) లేదా బట్టల్లోనే మల విసర్జన చేస్తారు.
- ప్రవర్తనలో అనూహ్య మార్పు కనబరుస్తారు. (అంటే అన్నిటా ఉత్సాహం ప్రదర్శించే పిల్లలు నిరాసక్తత వ్యక్తం చేస్తారు)
- ఆ వయసు కంటే ఎక్కువగా లైంగిక ప్రవర్తన గురించి తెలుసుకుని ఉంటారు.
- బాలుడు/బాలిక తన జననాంగాలను ద్వేషిస్తారు లేదా తీవ్రమైన రీతిలో అత్యంత గోప్యతను పాటిస్తారు.
- పిల్లలు వారి సొంత జెండర్‌ను ఇష్ట పడరు. అంటే బాలిక స్త్రీత్వాన్ని, బాలుడు పురుషత్వాన్ని ఇష్టపడరు.
- బాలలు తమ సొంత పదజాలాన్ని తగని భాషలో నిరంతరం ఉపయోగిస్తారు లేదా సమాజం ఆమోదించని యాసలో మాట్లాడతారు.

శారీరక సంకేతాలు

- నోరు, జననాంగం లేదా గుద ప్రాంతంలో వివరించలేని నొప్పి, వాపు, రక్త స్రావం లేదా ప్రకోపం
- లైంగిక సాంక్రమిక వ్యాధులు (పుండు, స్రావం, జననాంగాల్లో నిరంతరం దురద)
- నడకలో చెప్పశక్యంగాని కష్టం
- తల నొప్పి లేదా కడుపు నొప్పులు పెరగడం

8. జాగో! బదలో!! బోలో!!!

పోలీసు, పాఠశాల విద్య, వైద్య - ఆరోగ్య, మహిళా శిశు సంరక్షణ శాఖలు వారి స్వచ్ఛంద సంస్థలతో కలిసి ఈ సంవత్సరం కోసం ఓ నినాదాన్ని **జాగో! బదలో!! బోలో!!!** రూపొందించి అక్టోబర్, 2017లో ప్రారంభించారు.

శిశు భద్రతా రక్షణ అనేది మా బాధ్యత.

పాఠశాలలన్నీ అభ్యసనా కేంద్రాలుగా రూపుదిద్దుకొని బాలలకు సంతోషకరమైన, సురక్షితమైన బాల్య దశను అందించాలి.

ఈ ప్రపంచం బాలలతో నిండి ఉంది. దీనికి మించిన పవిత్ర విశ్వాసం మరొకటి లేదు. బాలల హక్కులను గౌరవించడానికి మించిన మరొక ప్రధాన బాధ్యత అంటూ లేదు. వారి భద్రతను సంరక్షించాల్సి ఉంది. భయ రహిత ప్రశాంత వాతావరణంలో వారు పురోగమించాలి.

– కోఫీ అన్నాన్

Abbreviations

CCIs	Child Care Institutions
CEDAW	The Convention on the Elimination of all forms of Discrimination Against Women
CPCR	Commission for Protection of Child Rights
Cr. PC	Criminal Procedure Code
CRIN	Child Rights Information Network
CWC	Child Welfare Committee
DCPU	District Child Protection Unit
DHR	Department of Health Research
FIR	First Information Report
ICDS	Integrated Child Development Services Scheme
ICPS	Integrated Child Protection Scheme
IO	Investigation Officer
IPC	Indian Penal Code
JJ Act	Juvenile Justice (Care and Protection of Children) Act
MLC	Medical Legal Care
NCPCR	National Commission for Protection of Child Rights
NFHS	National Family Health Survey
NGO	Non Government Organisation
OP3CRC	Third Optional Protocol to the Convention on the Rights of the Child on a communications procedure
OPs	Optional Protocols
POCSO	Protection of Children from Sexual Offences Act
PTSD	Post Traumatic Stress Disorder
SCPCR	State Commission for Protection of Child Rights
SJPU	Special Juvenile Police Unit
UNCRC	United Nations Convention on the Rights of the Child
UNICEF	United Nations International Children's Fund

1992లో UNCRC బాలల హక్కులను ప్రకటించింది. అవి :

జీవించే హక్కు: పిల్లలకు ఉండే ఈ జీవించే హక్కు కిందకు కనీస అవసరాలైన పోషణ, తలదాచుకోవడానికి గూడు, కనీస జీవన స్థాయి, వైద్య సేవల అందుబాటు వంటి అంశాలు వస్తాయి.

అభివృద్ధి హక్కు: ఈ హక్కు కింద పిల్లలు విద్య, ఆటలు, విరామం, సాంస్కృతిక కార్యక్రమాలు, సమాచారం తెలుసుకునే హక్కులు, స్వేచ్ఛగా ఆలోచించే హక్కు, అభీష్టానికి అనుగుణంగా నడుచుకునే హక్కు, మత స్వేచ్ఛ కలిగి ఉంటారు.

రక్షణ హక్కు: ఈ హక్కు పిల్లలను అన్ని రకాల రకాల దుర్వినియోగాలు, నిర్లక్ష్యం, దోపిడిల నుంచి రక్షణ కల్పిస్తుంది. ఈ హక్కు కిందకు శరణార్థులగా వచ్చిన పిల్లల పట్ల ప్రత్యేక శ్రద్ధ, నేర విచారణ వ్యవస్థలో పిల్లలకు రక్షణ, ఉద్యోగాల్లో పిల్లలకు భద్రత, దోపిడి, వేధింపులకు గరైన బాలలకు రక్షణ, పునరావాస కల్పన వస్తాయి.

పాల్గొనే హక్కు: పిల్లలు తమ సొంత జీవితాలను ప్రభావితం చేసే అంశాలపై భావాలను, ఉద్దేశాలను వ్యక్తీకరించే స్వేచ్ఛను ఈ హక్కు ఇస్తుంది. సంఘాలలో చేరడానికి, శాంతియుతంగా సమావేశం కావడానికి ఈ హక్కు వీలు కల్పిస్తుంది. వారి సామర్థ్యాలు పెరిగే కొద్దీ సమాజంలో జరిగే వివిధ కార్యక్రమాలలో పాల్గొనే అవకాశాలు పెరుగుతాయి. దీని ద్వారా వారు బాల్య దశ నుంచి వయోజన దశకు మారతారు.

ఉపాధ్యాయ వృత్యంతర శిక్షణా కార్యక్రమం

Pre Test

1. a, b, c లు ధనపూర్ణ సంఖ్యలైతే $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గసమీకరణం విచక్షణికి సాధ్యం కాని విలువ

   ఎ) 21 బి) 17 సి) 23 డి) 20 ( )

2. $2^{2018} \times 5^{2020}$ ఫలితంలో సున్నాల సంఖ్య ( )

   ఎ) 2018 బి) 2020 సి) 2 డి) లెక్కించుట సాధ్యం కాదు

3. $x^2 + 3x + 1 = 0$ మరియు $x \neq 0$ అయిన $x + \frac{1}{x}$ విలువ ( )

   ఎ) 3 బి) -3 సి) $\frac{1}{3}$ డి) $-\frac{1}{3}$

4. x^{2017} ను $x^2 - 1$ చే భాగించగా వచ్చు శేషము ( )

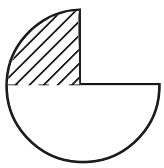
   ఎ) 1 బి) -1 3) 0 డి) x

5. ఒక లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం, దాని చుట్టుకొలతకు సమానము అయిన దాని కర్ణం పొడవు.

   ఎ) 25 బి) 5 సి) 10 డి) 13 ( )

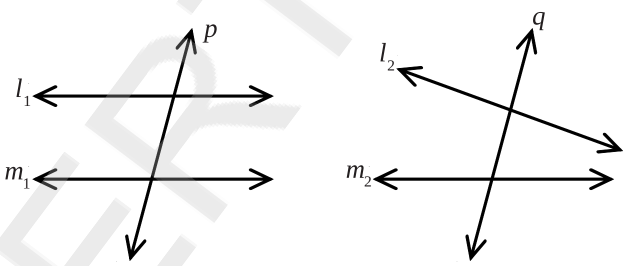
6. $x^2 + ax + b = 0$ యొక్క మూలాలు c, d మరియు $x^2 + cx + d = 0$ యొక్క మూలాలు a, b అయిన $a + b + c + d$ యొక్క విలువ ( )

   ఎ) 8 బి) 5 సి) -2 డి) 0

7. 

   పటంలో షేడ్ చేసిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నం ( )

   ఎ) $\frac{1}{4}$ బి) $\frac{1}{3}$ సి) $\frac{1}{2}$ డి) $\frac{3}{4}$

8. 

   పటంలో $l_1 \parallel m_1$ మరియు $l_2 \nparallel m_2$ అయిన ( )

   ఎ) p తిర్యరేఖ, q తిర్యరేఖకాదు బి) p తిర్యరేఖకాదు, q తిర్యరేఖ

   సి) p, qలు రెండూ తిర్యరేఖలు డి) p, qలు రెండూ తిర్యరేఖలు కావు

SCERT TELANGANA

9. ప్రవచనం 1 : Δ ABC లో $PQ \quad BC$ అయిన $\dfrac{AP}{PB} = \dfrac{AQ}{QC}$

ప్రవచనం 2 : త్రిభుజంలో ఒక భుజానికి సమాంతరంగా గీసిన రేఖ మిగిలిన రెండు భుజాలను ఒకే నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది.

అయిన ఈ క్రింది వానిలో సరియైనది. ( )

ఎ) 1, 2లు సత్యము మరియు 1కి 2 సరియైన వివరణ

బి) 1, 2లు సత్యము కాని 1 కి 2 సరియైన వివరణ కాదు

సి) 1 సత్యము మరియు 2 అసత్యము

డి) 1 అసత్యము మరియు 2 సత్యము

10. ఈ క్రింది వాక్యాలలో సత్యమైనది ఏది? ( )

ఎ) సమాన వైశాల్యాలు గల సంవృతపటాలు సర్వసమానాలు.

బి) సమాంతర చతుర్భుజంలో రెండు కర్ణాలను గీయగా ఏర్పడిన నాలుగు త్రిభుజాలు సర్వసమానాలు.

సి) ఒకే భూమి, ఒకే సమాంతర రేఖల మధ్యగల సమచతుర్భుజము, సమాంతర చతుర్భుజముల వైశాల్యములు సమానము.

డి) ఒక త్రిభుజము ప్రతీ భుజాన్ని రెట్టింపు చేసిన దాని వైశాల్యం కూడా రెట్టింపు అవుతుంది.

11. 5^{200} కి సమానమైనది. ( )

ఎ) $5^{100} + 5^{100}$

బి) $2^{100} + 3^{100}$

సి) $5^{100} \times 5^{100}$

డి) $5^{100} \times 5^{2}$

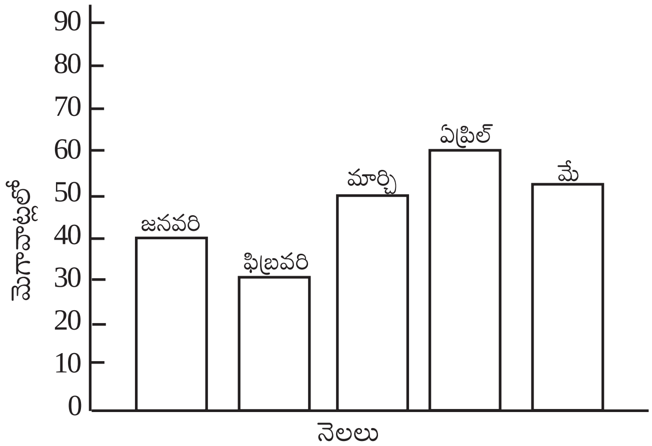
12. క్రింది రేఖా చిత్రంలో ఏ రెండు నెలల విద్యుత్ వాడకముల భేదము 30 మెగావాట్లు? ( )

ఎ) ఫిబ్రవరి, మార్చి

బి) ఫిబ్రవరి, ఏప్రిల్

సి) ఏప్రిల్, మే

డి) మార్చి, మే



SCERT TELANGANA

13. ఒక తరగతిలో చదువుతున్న కమల, విమలలు మూడు విషయాలలో సాధించిన మార్కులు పట్టికలో ఇవ్వబడినవి. ( )

	గణితం	జీవశాస్త్రం	సాంఘీకశాస్త్రం
కమల	78	76	74
విమల	72	82	74

క్రింది వానిలో వారి సగటు మార్కులకు సంబంధించి సరియైనది ఏది?

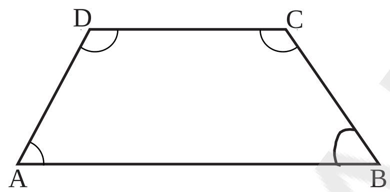
ఎ) కమల సగటు మార్కులు, విమల సగటు మార్కుల కన్నా ఎక్కువ

బి) కమల సగటు మార్కులు, విమల సగటు మార్కుల కన్నా తక్కువ

సి) కమల, విమల సగటు మార్కులు సమానం

డి) కమల, విమల సగటు మార్కులను పోల్చలేము

14. ABCD ఒక చతుర్భుజం. ఇంకొక చతుర్భుజము PQRS దానికి సర్వసమానము (ABCDకి ఒకే పరిమాణము, ఆకారము) $\angle P$, $\angle S$ ల విలువ 80^0 అయిన క్రింది ఏ వాక్యము సత్యమవుతుంది? ( )



ఎ) PQ = AB

బి) $\angle Q$ లంబకోణము

సి) PQRS యొక్క అన్ని భుజములు సమానము

డి) PQRS వైశాల్యము, ABCD వైశాల్యము కన్నా తక్కువ

15. బోధన సమర్థవంతంగా నిర్వహించడానికి ఉపాధ్యాయుడు పెంపొందించుకోవలసిన వాటిలో అతి తక్కువ ప్రాధాన్యత కలది.

ఎ) పరిపూర్ణమైన విషయజ్ఞానం పై పట్టు

బి) బోధనావ్యూహాలపై పూర్తి అవగాహన కల్గిఉండడం

సి) బోధనాతత్వంతో ఉండి ఎప్పటికప్పుడు నూతనపోకడలు గుర్తించడం

డి) సకాలంలో సిలబస్ పూర్తిచేయడం

16. NCF మౌళిక సూత్రాలకనుగుణంగా మన తరగతి గది బోధనలో చోటుచేసుకోదగని అంశం.

ఎ) నేర్చుకోవడాన్ని పాఠ్యపుస్తకాలకు పరిమితం చేయకుండా పిల్లల సమగ్ర అభివృద్ధికి తగిన అవకాశం కల్పించడం.

బి) పిల్లల సంస్కృతి, అనుభవాలు, స్థానిక అంశాలకు తరగతి గదిలో ప్రాధాన్యత కల్పించడం.

సి) అవగాహనతో సంబంధం లేకుండా యాంత్రికంగా అభ్యసన కల్పించడం.

డి) పిల్లలు తమకున్న సహజమైన శక్తి సామర్థ్యాల ఆధారంగా నేర్చుకొనేలా ప్రధానంగా దృష్టిపెట్టడం.

17. పిల్లల అభ్యసనంలో ఆలోచన, అవగాహనతో సంబంధం లేకుండా సమాధానం ఇవ్వగల ప్రశ్నారూపం.

ఎ) వ్యాసరూప బి) ఖాళీలు పూరించుట

సి) తప్పొప్పులు డి) ఒక పదంలో సమాధానం

18. ఉపాధ్యాయుడు గణిత పాఠ్యాంశాన్ని బోధించడం ద్వారా చేరుకోవల్సిన గమ్యాన్ని కింది అంశాలలో ఏది ప్రతిబింబిస్తుంది.

ఎ) ఉపాధ్యాయుని బోధన బి) అభ్యసన ఫలితాలు

సి) పుస్తకంలోని అభ్యాసప్రశ్నలు డి) ప్రశ్నలు - జవాబులు

19. ‘బీజీయ సమాసాల కారణాంక విభజన” బోధనాంశం అభ్యసనకు పిల్లలకు కావల్సిన కనీస పూర్వభావనలు.

(i) గ.సా.భ.

(ii) సమాసపరిమాణం మరియు ఘాతాంకన్యాయాలు

(iii) కారణాంకములు మరియు గుణిజ భావనలు

ఎ) (i) మరియు (ii) భావనలు అవుసరమైతాయి (iii) భావనలు అవసరం లేదు

బి) (ii) మరియు (iii) భావనలు అవసరమైతాయి (i) భావనలు అవసరం లేదు

సి) (iii) మరియు (i) భావనలు అవసరమైతాయి, (ii) భావనలు అవసరం లేదు

డి) (i), (ii) మరియు (iii) భావనలు అవుసరమైతాయి

20. విద్యార్థికి ఒక గణితాంశం అవగాహన కానిచో ఉపాధ్యాయుడు చేయకూడనిది.

ఎ) సంబంధిత పూర్వభావనలు కల్పించడం.

బి) నిత్యజీవితానికి అనుసంధానించి ప్రశ్నలను వేయుట

సి) భావనకు చెందిన వివిధ సమస్యలను సొంతంగా సాధించేలా చూడడం.

డి) అదే మాదిరి సమస్యలు పదేపదే చేయించడం.

21) గణితంలో మీరు గుర్తించిన సందేహాలు, సంక్లిష్ట భావనలు, సమస్యల గురించి తెలపండి.

1)

2)

3)

4)

5)

*****

SCERT TELANGANA